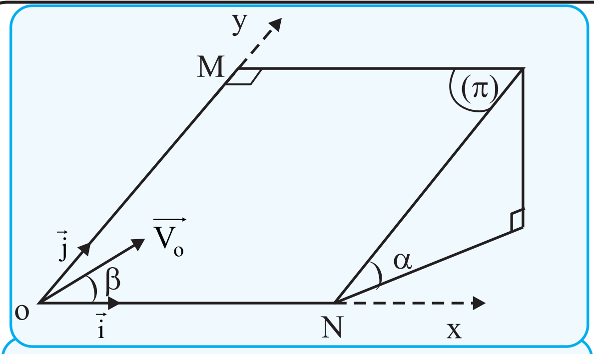
حركة رياضي على مستوى مائل



الشكل 1

يتزحلق رياضي كتلته $m = 60\ kg$ على مستوى (π) مائل بزاوية $\alpha = 12°$ بالنسبة للمستوى الأفقي . للمستوى (π) شكل مستطيلي طوله OM و عرضه $ON = 20\ m$. (الشكل 1) .

ننمذج الرياضي بجسم صلب (S) كتلته m و مركز قصوره G .

ندرس حركة مركز القصور G للجسم (S) في المعلم المتعامد المنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث المحور $(o,\vec{i},)$ أفقي و المحور $(o,\vec{j})$ موازي للخط الأكبر ميلا للمستوى (π) .

نهمل جميع الإحتكاكات و نأخذ $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1– دراسة حركة مستوية على مستوى مائل

عند اللحظة $t = 0$ ، يمر مركز القصور G للرياضي من النقطة O أصل المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ بسرعة بدئية $\vec{v_0}$ توجد في المستوى (π) و تكوّن زاوية β المحور $(o\ ,\ \vec{i})$.

1.1– بيِّن أن إحداثيي متجهة السرعة لمركز القصور G ، عند اللحظة t ، يحققان المعادلتين التفاضليتين $\frac{dv_x}{dt} = 0$ و $\frac{dv_y}{dt} = -g\sin\alpha$.

1.2– أوجد معادلة مسار G في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

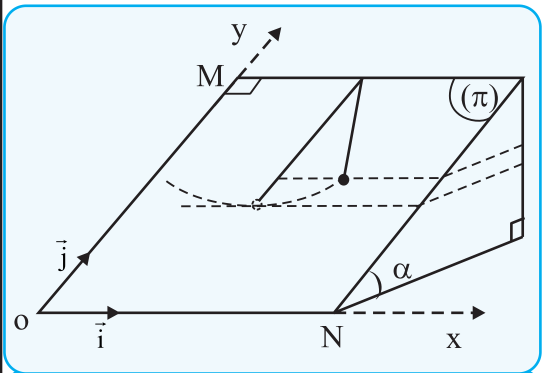
1.3– في حالة $\beta = 60°$:

أ – احسب قيمة v_o ليمر مركز القصور G من النقطة N .

ب – أوجد تعبير الإحداثيين x_S و y_S للنقطة S ، قمة مسار G ، بدلالة v_o و α و β و g .

2– دراسة حركة تذبذبية على مستوى مائل .

مسك الرياضي بطرف حبل طرفه الآخر مثبت في نقطة A توجد على أعلى المستوى (π) ، و أخذ ينجز تذبذبات صغيرة على المستوى (π) حول موضع توازنه AG_o للمحور $(o,\vec{j})$.



الشكل 2

لدراسة حركة الرياضي المرتبط بالحبل ننمذجه بنواس بسيط مكون من جسم صلب كتلته m و مركز قصوره G مرتبط بحبل طوله $\ell = 12\ m$ غير قابل للامتداد و كتلته مهملة ، موازي للمستوى (π). (الشكل 2)

نعلم في كل لحظة موضع G بالزاوية θ التي يكوِّنها الحبل مع المستقيم (AG_o) .

نأخذ طاقة الوضع الثقالية منعدمة عند المستوى الأفقي المار من G_o .

عزم القصور J_Δ بالنسبة لمحور الدوران (Δ) المار من النقطة A هو $J_\Delta = m.\ell^2$.

في حالة التذبذبات الصغيرة : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ (مع θ بالراديان) .

2.1– بين أن تعبير الطاقة الميكانيكية للنواس يكتب : $E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2\left[\frac{g.\sin\alpha}{\ell}.\theta^2 + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]$.

2.2– استنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها الزاوية θ .

2.3– يكتب حل المعادلة التفاضلية على شكل $\theta = \theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_o}t + \varphi\right)$ حيث T_o الدور الخاص للحركة . باستعمال المعادلة التفاضلية وحلها أوجد تعبير T_o بدلالة g و ℓ و α . احسب T_o .

2.4– احسب ، عند مرور مركز القصور G من النقطة G_o ، شدة القوة $\vec{T}$ المطبقة من طرف الحبل على الجسم الصلب في حالة $\theta_m = 12°$.