



الصفحة

1

8

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدرابية 2012
الموضوع

EM

المملكة المغربية



وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

7	المعامل	RS30	الفيزياء والكيمياء	المادة
4	مدة الامتحان		شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبتين أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

يتضمن الموضوع أربعة تمارين :

- * تمرين في الكيمياء (7 نقط)
- * ثلاثة تمارين في الفيزياء (13 نقطة)

* تمرين الكيمياء : (7 نقط)

الجزء الأول : دراسة حلماة إستر.....5 نقط
الجزء الثاني : طلاء صفيحة من الحديد بالنيكل.....2 نقط

* تمارين الفيزياء : (13 نقطة)

- تمرين 1: تحديد سرعة جريان سائل.....2 نقط
- تمرين 2: تأثير وشيعة في دارة كهربائية.....5,25 نقطة
- تمرين 3:
- الجزء الأول : فصل الأيونين $^{35}\text{Cl}^-$ و $^{37}\text{Cl}^-$2,75 نقطة
- الجزء الثاني : نواس اللي.....3 نقط

التصحيح :

موضوع الكيمياء :



$$k_A = k_e \cdot K = 10^{-14} \cdot 1,6 \cdot 10^9 = 1,6 \cdot 10^{-5} \quad \Leftarrow \quad K = \frac{k_A}{k_e} \quad 1-2$$

1-3- يتعلق الأمر بمعايرة حمض ضعيف- لا يتفكك كلياً في الماء . إذن يكون pH عند التكافؤ أكبر من 7 . وبالتالي فإن الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة هو : الفينول فتاليين.

2-1 --2 لدينا : كمية مادة الإستر البدنية الموجودة في أنبوب الاختبار : $n_o(C_4H_8O_2) = \frac{0,05}{10} = 5.10^{-3} mol$

كمية مادة الإستر في الخليط : $n = \frac{m}{M} = \frac{\rho.V}{M} = \frac{\rho_e.d.V}{M}$ \Leftarrow حجم الإستر في كل أنبوب اختبار :

$$V_e = V_1 - V' = 5 - 0,49 = 4,51 mL \quad \text{ومنه حجم الماء في كل أنبوب : } V' = \frac{V}{10} = \frac{n.M}{10.\rho_e.d} = \frac{0,05 \times 88}{10 \times 1 \times 0,9} \approx 0,49 mL$$

كمية مادة H_2O البدنية الموجودة في أنبوب الاختبار : $n_o(H_2O) = \frac{m}{M} = \frac{\rho_e V_e}{M} = \frac{1g.mL^{-1} \times 4,51 mL}{18g.mol^{-1}} = 0,25 mol$

جدول تقدم تفاعل الحلمأة : من خلال المنحنى لدينا : $n_f(C_4H_8O_2) = 0,35 mmol = 0,35.10^{-3} mol$

$C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons C_xH_{2x}O_2 + C_yH_{2y+2}O$				معادلة التفاعل	
كميات المادة بالمول				التقدم	الحالة
0,005	..	0	0	0	ح. البدنية
0,005 - x	..	x	x	x	ح. التحول
0,005 - x _f	..	x _f	x _f	x _f	ح. النهائية

ومن خلال جدول التقدم : $n_f(C_4H_8O_2) = 0,005 - x_f$ \Leftarrow $0,35.10^{-3} = 0,005 - x_f$ ومنه : $x_f = 4,65.10^{-3} mol$ وبذلك تكون الحالة النهائية كما يلي :

$C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons C_xH_{2x}O_2 + C_yH_{2y+2}O$				معادلة التفاعل	
0,35.10 ⁻³	0,051	4,65.10 ⁻³	4,65.10 ⁻³ mol	ح. النهائية	

$$K' = \frac{[C_xH_{2x}O_2] \times [C_yH_{2y+2}O]}{[C_4H_8O_2] \times [H_2O]} = \frac{\frac{4,65.10^{-3}}{V} \times \frac{4,65.10^{-3}}{V}}{\frac{0,35.10^{-3}}{V} \times \frac{0,245}{V}} = 0,25 \quad \text{ثابتة توازن تفاعل الحلمأة :}$$

2-2 لدينا : $x_{max} = 0,005 mol$ لأن الإستر هو المتفاعل المحد.

كمية مادة الإستر المتفاعلة عند نهاية التفاعل : $n_{ester} = x_f = 4,65.10^{-3} mol$

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{max}} = \frac{4,65.10^{-3}}{0,005} = 0,93 = 93\% \quad \text{مردود التفاعل :}$$

3-1-3 لدينا بصفة عامة :

$$v = -\frac{1}{V_1} \cdot \frac{dn_E}{dt} \quad \text{ومنه} \quad v_s = V_1 \cdot v \quad \text{و} \quad \frac{dx}{dt} = -\frac{dn_E}{dt} \quad \Leftarrow \quad n_E = n_o - x \quad \text{ولدينا :}$$

$$v = -\frac{1}{V_1} \cdot \frac{\Delta n_E}{\Delta t} = -\frac{1}{50.10^{-3}} \cdot \frac{(3,78 - 0).10^{-3}}{(0 - 100)} = 6,87.10^{-3} mol / L.mn \approx 7m.mol.L^{-1}.mn^{-1} \quad \text{مبيانيا :}$$

3-2 تكون السرعة الحجمية لتفاعل الحلمأة في الكأس عند اللحظة $t = 50 min$

ب- أصغر من السرعة الحجمية لتفاعل حلمأة الإستر في أنبوب الاختبار عند $t = 50 min$. لأن المحلول في الكأس له نفس التركيب البدني لكنه مخفف .

4-1 لدينا : كمية مادة الإستر البدنية الموجودة في الكأس : $n_o(C_4H_8O_2) = 0,05 mol$

عندما انطلقنا من $n_o(C_4H_8O_2) = 0,005 mol$ حصلنا عند نهاية التفاعل على : $0,35.10^{-3} mol$ من الإستر المتبقى.

إن عندما نطلق من $n_o(C_4H_8O_2) = 0,05 mol$ سنحصل عند نهاية التفاعل على : $3,5.10^{-3} mol$ من الإستر المتبقى.

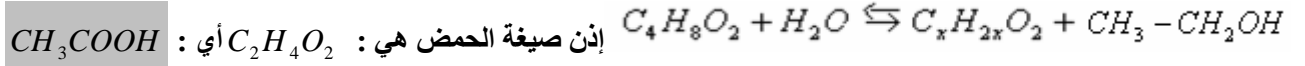
$C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons C_xH_{2x}O_2 + C_yH_{2y+2}O$				معادلة التفاعل	
كميات المادة بالمول				التقدم	الحالة
0,05	0,25	0	0	0	ح. البدنية
0,05 - x _f	0,25 - x _f	x _f	x _f	x _f	ح. النهائية

ومنه : $0,05 - x_f = 3,5.10^{-3} \Leftarrow x_f = 0,0465 mol$ وهي تساوي كمية مادة الكحول $C_yH_{2y+2}O$ المتكون والذي اكتلته $m = 2,139 g$

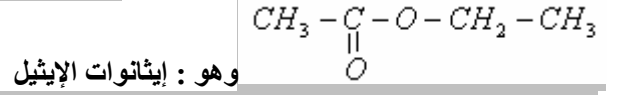
$$M_{(C_yH_{2y+2}O)} = \frac{m}{n} = \frac{2,139}{0,0465} = 46 \text{ g/mol} \quad \text{لدينا: } n = \frac{m}{M} \leftarrow \text{الكتلة المولية للكحول الناتج:}$$

$$14.y + 18 = 46 \quad \text{إذن: } M_{(C_yH_{2y+2}O)} = 12.y + 2y + 2 + 16 = 14.y + 18 \quad \text{ومن جهة أخرى لدينا:}$$

$$CH_3 - CH_2OH \quad y=2 \leftarrow 14.y = 28 \quad \text{صيغة الكحول: } C_2H_6O \quad \text{وهو الإيثانول:}$$



ومنه فإن الصيغة النصف منشورة للإستر هي: $CH_3 - COOCH_2 - CH_3$ أي:



الجزء الثاني:



$$n(Ni) = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F} \leftarrow n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \quad \text{مع: } n(Ni) = \frac{n(e^-)}{2} \quad \text{اللازمة للطلاء:}$$

$$m = n \cdot M = 0,062 \times 58,7 = 3,6394 \text{ g} \quad \text{كتلة النيكل:} \quad n(Ni) = \frac{8 \times 25 \times 60}{2 \times 96500} = 0,062 \text{ mol} \quad \text{ت.ع:}$$

وبما أن الطلاء يتم على وجهي الصفيحة: $m = \mu \cdot V = 2 \cdot \mu \cdot S \times e = 2 \cdot \mu \cdot \ell \cdot L \cdot e$ ومنه:

$$e = \frac{m}{2 \cdot \mu \cdot \ell \cdot L} = \frac{3,6394 \times 10^{-3}}{2 \times 8,9 \cdot 10^3 \times 10 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2}} = 40,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 41 \mu\text{m}$$

$$C = \frac{C_m}{M_{(NiSO_4)}} = \frac{11 \text{ g} \cdot L^{-1}}{154,7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,071 \text{ mol/L} \quad \text{-3 لدينا:}$$

معادلة التفاعل			
الحالة			
التقديم			
$Ni^{2+} + Ni \rightarrow Ni^{2+} + Ni$			
كميات المادة بالمول			
CV	n_o	CV	n_o
CV	0	CV	0
CV - x_f	$n_o - x_f$	CV + x_f	$n_o + x_f$
	x_f		
			ح.النهائية

$$x_f = n(Ni^{2+}) = 0,062 \text{ mol} \quad \text{لان:} \quad [Ni^{2+}]_f = \frac{CV - x_f}{V} = \frac{0,071 \times 1 - 0,062}{1} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

الفيزياء:

التمرين الأول:

$$\lambda = \frac{v_o}{N} = \frac{1500}{50 \times 10^3} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm} \quad \text{-1}$$

1-2 نعم تتغير قيمة طول الموجة λ عند انتشار هذه الموجة فوق الصوتية في الهواء لأن سرعة انتشارها في الهواء 340 m/s مخالفة لسرعة

$$\text{انتشارها في الماء } 1500 \text{ m/s}. \quad \text{ويصبح طول موجتها } 6,8 \text{ mm} \quad \lambda' = \frac{340}{50 \cdot 10^3} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6,8 \text{ mm}$$

1-2 بالنسبة للشكل 1 لدينا: $v = v_o + v_e$ انتشار الموجة الصوتية وحركة جريان الماء لهما نفس المنحى.

بالنسبة للشكل 2 لدينا: $v = v_o - v_e$ انتشار الموجة الصوتية وحركة جريان الماء لهما منحيان متعاكسان.

وبذلك مدة وصول الموجة فوق الصوتية في الحالة الثانية تكون أكبر. \leftarrow التسجيل (ب) يوافق الشكل رقم 2.

$$t_1 = \frac{d}{v_o + v_e} \leftarrow \text{لدينا في الحالة الأولى:} \quad v_o + v_e = \frac{d}{t_1}$$

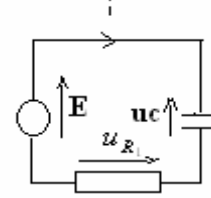
$$\text{وفي الحالة الثانية:} \quad v_o - v_e = \frac{d}{t_1 + \tau} \quad \leftarrow \quad t_1 + \tau = \frac{d}{v_o - v_e} \quad \text{ومنه:}$$

$$\tau = \frac{2.v_e.d}{v_o^2 - v_e^2} \Leftrightarrow \tau = d \cdot \left(\frac{1}{v_o - v_e} - \frac{1}{v_o + v_e} \right) = d \cdot \left(\frac{v_o + v_e - (v_o - v_e)}{v_o + v_e} \right) = \frac{2.v_e.d}{v_o^2 - v_e^2}$$

$$v_e = \frac{1500^2 \times 2.10^{-6}}{2 \times 1} = 2,25 m/s \quad \text{بما أن } v_e \text{ مهمة أمام } v_o \text{ : } \tau \approx \frac{2.v_e.d}{v_o^2} \approx \frac{2.v_e.d}{v_o^2}$$

التمرين الثاني :

1-1-1- بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $u_{R_1} + u_C = E$ أي : $R_1.i + \frac{q}{C} = E$ التي تصبح بالاشتقاق كما يلي :



$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R_1.C}.i = 0 \quad \text{أي : } R_1 \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.i = 0$$

1-2- الحل : $i(t) = A.e^{-\lambda.t} \Leftrightarrow \frac{di(t)}{dt} = -\lambda.A.e^{-\lambda.t}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$A.e^{-\lambda.t} \left(-\lambda + \frac{1}{R_1.C} \right) = 0 \quad \text{أي : } -\lambda.A.e^{-\lambda.t} + \frac{1}{R_1.C}.A.e^{-\lambda.t} = 0$$

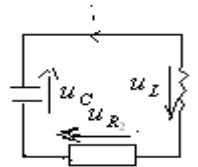
ولدينا $i(t) = A.e^{-\lambda.t}$ وباستعمال الشروط البدئية ، عند $t=0$ لدينا : $u_C = 0$ و $i = \frac{E}{R_1}$

$$A = \frac{E}{R_1} \Leftrightarrow \frac{E}{R_1} = A.e^0 \quad \text{وبذلك الحل يصبح كما يلي : } i(t) = \frac{E}{R_1}.e^{-\frac{t}{R_1.C}}$$

1-3 مبيانيا لدينا : عند $t=0$ ، $i = 2.10^{-3} A$ أي : $\frac{E}{R_1} = 2.10^{-3} \Leftrightarrow R_1 = \frac{E}{2.10^{-3}} = 6.10^3 \Omega = 6k\Omega$

ولدينا مبيانيا : $\tau = R_1.C = 38ms \Leftrightarrow C = \frac{\tau}{R_1} = \frac{38.10^{-3}}{6.10^3} \approx 6,3.10^{-6} F$

2-2- بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $u_L + u_{R_2} + u_C = 0$ أي : $L \cdot \frac{di}{dt} + R_2.i + \frac{q}{C} = 0$ (1)



(2) $L \cdot \frac{d^2i}{dt^2} + R_2 \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.i = 0$ بالاشتقاق العلاقة (1) تصبح كما يلي :

$$\frac{d^2i}{dt^2} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{d^2u_{R_2}}{dt^2} \quad \text{ومنه } \frac{di}{dt} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{du_{R_2}}{dt} \Leftrightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2} \Leftrightarrow u_{R_2} = R_2.i$$

بالتعويض في العلاقة (2) تصبح : $\frac{d^2u_{R_2}}{dt^2} + \frac{R_2}{L} \cdot \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_{R_2} = 0$ ومنه : $\frac{L}{R_2} \cdot \frac{d^2u_{R_2}}{dt^2} + \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{1}{R_2.C}.u_{R_2} = 0$

2-2 لدينا : $u_L + u_{R_2} + u_C = 0$ عند اللحظة $t=0$ ، $u_C = E$ و $u_{R_2} = 0$ ومنه : $(u_L)_{t=0} = -E$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{du_{R_2}}{dt} \Leftrightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2} \Leftrightarrow u_{R_2} = R_2.i$$

مبيانيا ، نجد : $L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}} \Leftrightarrow u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ ولدينا : $\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{\Delta u_{R_2}}{\Delta t} = \frac{1}{30} \cdot \frac{(4,5-0)}{(0-0,45.10^{-3})} = -333,3 A.s^{-1}$

$$L = \frac{(u_L)_{t=0}}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}} = \frac{-12}{-333,3} = 0,036H \quad \text{ت.ع.}$$

$$L = \frac{T_o^2}{4.\pi^2.C} = \frac{(3.10^{-3})^2}{4.\pi^2.6,3.10^{-6}} = 0,036H \quad \Leftrightarrow \quad T = T_o = 2.\pi\sqrt{LC} \quad \text{و} \quad T = 3ms \quad \text{ملحوظة: بطريقة أخرى لدينا: مبيانيا شبه الدور}$$

$$R = \frac{U_1}{I_o} = \frac{10}{0,5} = 20\Omega \quad \text{3-1-3 لدينا:}$$

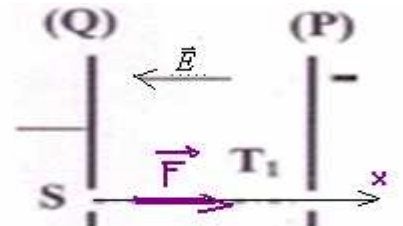
$$Z = \frac{U_1.\sqrt{2}}{I_o} = \frac{10\sqrt{2}}{0,5} = 28,3\Omega \quad \text{3-2}$$

$$Q = \frac{N_o}{\Delta N} = \frac{N_o}{N_2 - N_1} = \frac{4 \times 95,25}{(4,3 - 3,7) \times 95,25} \approx 6,67 \quad \text{3-3 معامل الجودة: نفس القيمة بالنسبة للمنحنيين.}$$

نعلم أن: $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ وأن المقدار الذي تم تغييره له تأثير على قيمة شدة التيار عند الرنين وليس له تأثير على قيمة معامل الجودة، إذن المقدار المتغير هو U .

التمرين الثالث:

1-1-1- أ- يخضع الأيون $^{35}Cl^-$ في حجرة التسريع للقوة الكهروستاتيكية $\vec{F} = q\vec{E}$ مع $q < 0$ ولها نفس منحى الجهود التناقصية أي من P نحو Q . لأن $V_P > V_Q$.



إذن القوة \vec{F} لها عكس منحى \vec{E} .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{F} = m_1.\vec{a}_G$ بالإسقاط على ox .

$$e.E = m_1.a_x \quad \Leftrightarrow \quad F = m_1.a_x \quad \text{ومنه:} \quad a_x = \frac{E.e}{m_1} = \frac{e.U_o}{m_1.d_o} > 0 \quad \text{إذن الحركة مستقيمة متغيرة}$$

بانتظام متسارعة.

$$\Delta Ec = \sum_{P \rightarrow Q} W \vec{F} \quad \text{بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الأيون } ^{35}Cl^- \text{ بين } P \text{ و } Q.$$

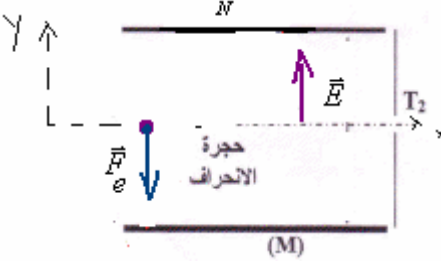
$$v_1 = \sqrt{\frac{2e.U_o}{m_1}} \quad \text{ومنه:} \quad -\frac{1}{2}m_1.v_1^2 = -e.U_o \quad \Leftrightarrow \quad 0 - \frac{1}{2}m_1.v_1^2 = q.U_{QP} \quad \Leftrightarrow \quad Ec_Q - Ec_P = W \vec{F}_{P \rightarrow Q}$$

$$Ec_Q - Ec_P = W \vec{F}_{P \rightarrow Q} \quad \text{بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الأيون } ^{37}Cl^- \text{ بين } P \text{ و } Q.$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2e.U_o}{m_2}} = v_1 \cdot \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad \text{ومنه:} \quad -\frac{1}{2}m_2.v_2^2 = -e.U_o \quad \Leftrightarrow \quad 0 - \frac{1}{2}m_1.v_2^2 = q.U_{QP} \quad \Leftrightarrow$$

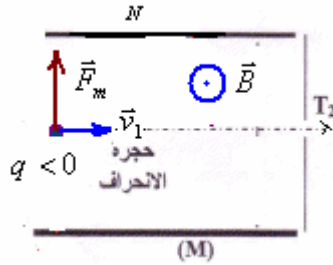
2-1-2 الأيون $^{35}Cl^-$ يخضع في حجرة الانحراف للقوة الكهروستاتيكية \vec{F}_e والقوة المغنطيسية \vec{F}_m .

لدينا: $V_M > V_N \quad \Leftrightarrow \quad U_{MN} = V_M - V_N = 200V > 0$ إذن متجهة المجال الكهروستاتيكي التي لها نفس منحى الجهود التناقصية موجهة من M نحو N انظر الشكل. وقوة المجال الكهروستاتيكي $\vec{F}_e = q\vec{E}$ لها عكس منحى \vec{E} لأن $q < 0$.



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الأيون $^{35}Cl^-$ لدينا : (1) $\vec{F}_m + \vec{F}_e = m_1 \cdot \vec{a}_G$

حركة الأيون مستقيمة منتظمة حسب المحور $ox \Leftrightarrow a_y = 0 \Leftrightarrow F_m - F_e = 0$ القوة \vec{F}_m موجهة نحو الأعلى .
وبما أن : $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v}_1 \wedge \vec{B}$ مع $q < 0$ بتطبيق قاعدة اليد اليمنى نجد أن \vec{B} موجهة نحو الأمام .



$$B = \frac{U}{v_1 \cdot d} \Leftrightarrow v_1 \cdot B = \frac{U}{d} \Leftrightarrow e \cdot v_1 \cdot B = e \cdot E : \text{أي } |q| \cdot v_1 \cdot B \cdot \sin \frac{\pi}{2} = |q| \cdot E \Leftrightarrow F_m - F_e = 0$$

$$B = \frac{200}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{5,81 \cdot 10^{-26}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \times 100}} = 0,17T : \text{ت.ع.} \quad B = \frac{U}{d} \sqrt{\frac{m_1}{2 \cdot e \cdot U_o}} \quad \text{إذن } v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_o}{m_1}}$$

2-2- شدة القوة المغناطيسية المطبقة على الأيون $^{37}Cl^-$

$$F_m = |q| \cdot v_2 \cdot B = e \cdot v_2 \cdot B = e \cdot B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_o}{m_2}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,17 \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \cdot 100}{6,15 \times 10^{-26}}} = 6,2 \cdot 10^{-16} N$$

شدة القوة الكهرساكنة المطبقة على الأيون $^{37}Cl^-$

$$F_e = |q| \cdot E = e \cdot E = e \cdot \frac{U}{d} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{200}{5 \cdot 10^{-2}} = 6,4 \cdot 10^{-16} N$$

لدينا في هذه الحالة : $F_e > F_m \Leftrightarrow$ الأيونات $^{37}Cl^-$ ستتحرف نحو الأسفل .

الجزء الثاني :

1- بتطبيق العلاقة الأساسية لديناميك في حالة الدوران على الساق AB :

$$\Sigma M \vec{F}_\Delta = J_\Delta \cdot \theta$$

$$M_1 + M_2 = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$-C_1 \cdot \theta - C_2 \cdot \theta = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$: \text{مع } C_1 = \frac{K}{z} \text{ و } C_2 = \frac{K}{l-z} \text{ أي } -\frac{K}{z} \theta - \frac{K}{l-z} \theta = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$J_\Delta \cdot \ddot{\theta} + \frac{K \cdot l}{z(l-z)} \theta = 0 \text{ أي } -K \cdot \theta \left(\frac{l-z+z}{z(l-z)} \right) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta} \Leftrightarrow -K \cdot \theta \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{l-z} \right) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C_o \cdot l^2}{J_\Delta \cdot z(l-z)} \theta = 0 \Leftrightarrow K = C_o \cdot l : \text{ولدينا } C_o = \frac{K}{l} \text{ أي } \ddot{\theta} + \frac{K \cdot l}{J_\Delta \cdot z(l-z)} \theta = 0 \Leftrightarrow$$

2- المعادلة التفاضلية السابقة تكتب على النحو : $\ddot{\theta} + \omega_o^2 \cdot \theta = 0 \Leftrightarrow \omega_o^2 = \frac{C_o \cdot l^2}{J_\Delta \cdot z(l-z)}$ أي $\omega_o = l \sqrt{\frac{C_o}{J_\Delta \cdot z(l-z)}}$

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{J_\Delta \cdot z(l-z)}{C_o}} \quad \text{الدور الخاص :}$$

$$T_o = \frac{2\pi}{\ell} \sqrt{\frac{J_{\Delta} \cdot \ell^2}{4C_o}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C_o}} \quad \Leftrightarrow \quad z = \frac{\ell}{2} \quad \text{3-1 -3}$$

$$\alpha = \frac{32-0}{\frac{\pi}{4}-0} = 40,74$$

أي : $\ddot{\theta} = -40,74 \times \theta$ (a) ومن جهة أخرى لدينا : $\theta = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_o} \cdot t\right) \Leftrightarrow \dot{\theta} = -\theta_m \frac{2\pi}{T_o} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} \cdot t\right)$ و :

(b) أي : $\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2 \times \theta$ من خلال (a) و (b) $\left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2 = 40,74$

ومنه نجد : $T_o = \sqrt{\frac{4\pi^2}{40,74}} = 0,98s$

3-2 أ- في حالة $z = \frac{\ell}{2}$ لدينا : $C_1 = \frac{K}{z} = 2 \cdot \frac{K}{\ell}$ و : $C_2 = \frac{K}{\ell - z} = 2 \cdot \frac{K}{\ell}$ مع : $C_o = \frac{K}{\ell}$ \Leftrightarrow $C_1 = C_2 = 2C_o$

باعتبار الحالة المرجعية لدينا طاقة الوضع للي للمجموعة : $E_t = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot \theta^2 = C_o \cdot \theta^2 + C_o \cdot \theta^2 = 2 \cdot C_o \cdot \theta^2$

والطاقة الحركية : $E_c = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2$

إذن الطاقة الميكانيكية للمجموعة : $E_M = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot C_o \cdot \theta^2$

ب- بما أن جميع الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية للساق تحفظ وبالتالي :

$$E_M = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_{\max}^2 = 2 \cdot C_o \cdot \theta_{\max}^2$$

من خلال منحني الشكل (2) لدينا : $\theta_{\max} = \frac{\pi}{4}$ و : $E_M = 2 \cdot C_o \cdot \theta_{\max}^2 \Leftrightarrow$

$$C_o = \frac{E_m}{2 \cdot \theta_{\max}^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \times \frac{\pi^2}{4^2}} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \times 16}{2 \times 10} = 3,2 \cdot 10^{-2} N.m.rad^{-1}$$