المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

الكيمياء

الجزء الأول: دراسة حلمأة إستر

I) المجموعة المميزة:

1. مجموعة إستر : $-COOR$

2. صيغة الحمض هي: $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{C}=O$ و صيغة الكحول هي: $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_2-OH$

II)دراسة حلمأة المركب (A).

1. تفاعل المعايرة

1.1) معادلة تفاعل المعايرة:

$$CH_3COOH_{(aq)}+HO^-_{(aq)}\rightarrow CH_3COO^-_{(aq)}+H_2O_{(\ell)}$$

2.1) تعبير ثابتة التوازن بدلالة ثابتة الحمضية K_A و K_e:

$$K=\frac{K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}{K_A(H_2O/HO^-)}\Rightarrow K=\frac{K_A}{K_e}$$

$$K=\frac{1{,}8.10^{-5}}{10^{-14}}=1{,}8.10^{9}$$

3.1) * كمية الحمض الموجودة في الكأس عند اللحظة t هي: $n=C_BV_{B,E}$

* كمية الحمض الموجودة في الحوجلة عند اللحظة t هي: $n_T=10.C_B.V_{B,E}$

2) تفاعل الحلمأة :

1.2) مميزات التفاعل: بطيء وغير كلي (محدود).

2.2) كميتي المادة قبل بداية التفاعل:

$$n(A)_i=\frac{m_i}{2M(A)}=\frac{\rho V_i(A)}{2M(A)}=\frac{0{,}87\times 30}{2\times 130}=0{,}1\ mo\ell$$

و

$$n(H_2O)_i=\frac{m_i}{2M(H_2O)}=\frac{\rho_eV_i(H_2O)}{2M(H_2O)}=\frac{1\times 70}{2\times 18}=1{,}94\ mo\ell$$

2.3) استنتاج نسبة التقدم النهائي عند التوازن :

معادلة التفاعل	A +	H_2O →	CH_3COOH +	$alcool$
حالة المجموعة | التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية | $x=0$	0,10	1,94	0	0
حالة التوازن | $x=x_{éq}$	$0{,}10-x_{éq}$	$1{,}94-x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

* مبيانيا عند التوازن: $x_{éq}=0{,}084\ mo\ell$ * التقدم الأقصى: $x_{\max}=n(A)_i=0{,}1\ mo\ell$

$$\tau=\frac{x_{éq}}{x_m}=\frac{0{,}084}{0{,}1}=0{,}84=\ 84\ \%$$

4.2) السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v(0)=\frac{1}{V}(\frac{dx}{dt})_{t=0}\Rightarrow v(0)=\frac{1}{V}(\frac{\Delta n_T}{\Delta t})_{t=0}$$

$$=\frac{1}{0{,}05}\frac{0{,}08-0}{20-0}=0{,}08\ mo\ell.L^{-1}.\min^{-1}$$

المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)	المادة : الفيزياء والكيمياء

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

5.2) * تتناقص السرعة الحجمية خلال الزمن (تناقص المعاملات الموجهة: $\frac{\Delta n_T}{\Delta t}$) إلى أن تؤول إلى الصفر.

* العامل الحركي هو تركيز المتفاعلات.

الجزء الثاني: تصنيع إستر

1) يستعمل جهاز التسخين بالارتداد لتسريع التفاعل، ولتكثيف الأنواع الكيميائية والحيلولة دون ضياعها.

2) معادلة التفاعل خلال التصنيع الثاني:

$$C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-O-\underset{\underset{O}{//}}{C}-C_3H_7 \;+\; C_3H_7-OH \;\rightarrow\; C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-O-C_3H_7 \;+\; C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-OH$$

3) * التفاعل (2) كلي: $n_i = x_{éq_2} \Rightarrow r_2 = \frac{x_{éq2}}{n_i} = 1$ ، مع $n_i = x_{éq_2} = 0{,}15\ mol$ حسب المنحنى(2).

* التفاعل (1) محدود: $0{,}86 = \frac{0{,}13}{0{,}15} = \frac{x_{éq_1}}{x_{éq_2}} = r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{x_{éq_1}}{n_i}$ ، لأن حسب المنحنى(1): $x_{éq_1} = 0{,}13\ mol$

الفيزياء

فيزياء 1: تأريخ الترسيبات البحرية

1) يعطي الأورانيوم $^{238}_{92}U$ المذاب في ماء البحر ذرات الثوريوم $^{230}_{90}Th$ مع انبعاث دقائق:

1.1- معادلة التحول النووي:

$$^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{230}_{90}Th + x\ ^{4}_{2}He + y\ ^{0}_{-1}e$$

حسب قانوني صودي:

$$\begin{cases} 238 = 230 + 4.x + 0\times y \\ 92 = 90 + 2.x + (-1).y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\underline{^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{230}_{90}Th + 2.\ ^{4}_{2}He + 2.\ ^{0}_{-1}e}$$

1.2- نبين أن النسبة $\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)}$ تكون ثابتة عندما يتحقق $a_{^{238}_{92}U}(t) = a_{^{230}_{90}Th}(t)$:

نعلم عند اللحظة t أن: $a_{^{230}_{90}Th}(t) = \lambda.N_{^{230}_{90}Th}(t)$ و $a_{^{238}_{92}U}(t) = \lambda'.N_{^{238}_{92}U}(t)$ ، ومنه:

$$1 = \frac{a_{^{230}_{90}Th}(t)}{a_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda.N_{^{230}_{90}Th}(t)}{\lambda'.N_{^{238}_{92}U}(t)} \Rightarrow \frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \underline{\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)} = \frac{\lambda'}{\lambda} = Cte}$$

2- معادلة تفتت نواة الثوريوم $^{230}_{90}Th$ إلى الراديوم $^{226}_{88}Ra$:

÷ نطبق قانوني صودي فنجد: $\underline{^{230}_{90}Th \rightarrow\ ^{226}_{88}Ra + \ ^{4}_{2}He}$

* طبيعة الإشعاع : انبعاث <u>نوى الهيليوم</u> $\underline{\alpha}$

3- التحقق من القيمة $t_{1/2} = 7{,}5.10^4\ ans$:

نعلم أن عند $t = t_{1/2}$ ، يصبح : $N_{^{230}_{90}Th}(t) = \frac{N_0}{2}$ أي $\frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_0} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ ،

ومن خلال المنحنى نجد: $t_{1/2} = 75.10^3\ ans = \underline{7{,}5.10^4\ ans}$

4- إيجاد بالسّنة عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلى للعينة:

نطبق علاقة التناقص الإشعاعي الخاص بالكتلة: $m(t) = m_0.e^{-\lambda.t}$

المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أي : $m_p = m_s.e^{-\lambda.t}$ ، ومنه: $t = t_{1/2}.\dfrac{\ell n(\dfrac{m_s}{m_p})}{\ell n2} = 7{,}5.10^4 \times \dfrac{\ell n(\dfrac{20}{1{,}2})}{\ell n2} = \underline{3.10^5\ ans}$

فيزياء 2: دراسة النظام الانتقالي في وشيعة وفي مكثف

1) دراسة النظام الانتقالي في وشيعة:

1.1- أ – المقدار $\dfrac{di}{dt}$ يعبر عن المعامل الموجه لمنحنى الدالة $i = f(t)$ عند اللحظة t ، الذي يتناقص مع الزمن، وبالتالي كذلك تناقص المقدار $L.\dfrac{di}{dt}$.

ب – * عند اللحظة $t = 0$: $u(0) = (R+r).i(0) + L.\dfrac{di}{dt}(0)$ ، مع : $u(0) = E$ و $i(0) = 0$ ، نجد : $\dfrac{di}{dt}(0) = \underline{\dfrac{E}{L}}$

* قيمة L : من العلاقة السابقة: $\dfrac{di}{dt}(0) = \dfrac{E}{L} = a$ ، نستنتج: $L = \dfrac{E}{a} = \dfrac{6}{100} = \underline{0{,}06\,H}$

ج – بالنسبة للمجال الزمني $t > 5\ ms$ (النظام الدائم) ، فإن $\underline{\dfrac{di}{dt} = 0}$ ، وبالتالي:

$$u(t > 5ms) = (r+R).i(t > 5ms) + L.\underbrace{\dfrac{di}{dt}}_{=0}(t > 5ms) \Rightarrow E = (R+r).i_{max}$$

ومنه: $r = \dfrac{E}{i_{max}} - R = \dfrac{6}{0{,}1} - 50 = \underline{10\ \Omega}$ (مبيانيا شدة التيار القصوى هي $i_{max} = 100\,mA = 0{,}1\ A$)

1.2- أ – تعيين المنحنى الموافق لكل حالة:

- احتفظنا في الحالة الأولى وفي الحالة الثانية بنفس المقاومتين $r = 10\Omega$ و $R = 50\Omega$ ، إذا : $i_{max} = 100\,mA = 0{,}1\ A$

ويوافق هذا المنحى (ب) والمنحنى (ج).

- حسب نتيجة السؤال 1.1- ب - $\dfrac{di}{dt}(0) = a = \dfrac{E}{L}$ نجد $a_1 = \dfrac{E}{L_1} = \dfrac{6}{0{,}06} = 100\ A.s^{-1} > a_2 = \dfrac{E}{L_2} = \dfrac{6}{0{,}12} = 50\ A.s^{-1}$

فنستنتج أن المنحنى(ب) يوافق الحالة الأولى والمنحنى(ج) يوافق الحالة الثانية.

ب - * تعبير المقاومة R_2' :

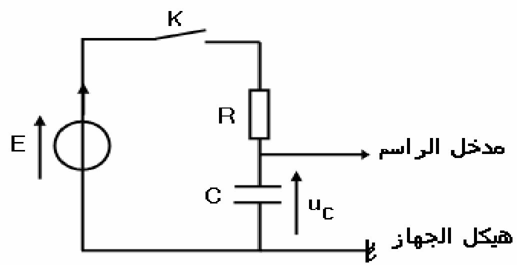
حسب المعطيات فإن ثابتة الزمن هي نفسها في الحالتين الثانية والثالثة أي : $\tau = \dfrac{L_2}{R_2' + r} = \dfrac{L_3}{R_3 + r}$

ومنه : $\dfrac{R_2' + r}{R_3 + r} = \dfrac{L_2}{L_3}$ ، أي:

$$R_2' = \dfrac{L_2}{L_3}(R_3 + r) - r$$
$$= \dfrac{0{,}12}{0{,}04}(30 + 10) - 10 = \underline{110\ \Omega}$$

2) دراسة النظام الانتقالي في مكثف:

2.1- رسم تبيانة التركيب:



تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

2.2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C:

- حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_c = E\ (*)$

- حسب قانون أوم $u_R = R.i$ و $i = \dfrac{dq}{dt}$ و $q = C.u_c$ نكتب: $u_R = R.\dfrac{dq}{dt} = RC.\dfrac{du_c}{dt}$

فنحصل على المعادلة التفاضلية: $\underline{RC.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E}$

3.2- أيجاد تعبير كل من A و B و τ بدلالة برامترات الدارة:

يكتب حل المعادلة السابقة: $u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + B$ وتكون المشتقة هي $\dfrac{du_C}{dt} = -\dfrac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$

* تحديد B و τ بالتعويض:

حسب المعادلة التفاضلية: $RC.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E \quad \Rightarrow \quad RC.(-\dfrac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}) + Ae^{-t/\tau} + B = E$

أي: $Ae^{-t/\tau}\left[1 - \dfrac{RC}{\tau}.\right] + (B - E) = 0$ ، و هي معادلة تتحقق مهما تكن قيمة t، ومنه:

$B - E = 0$ و $1 - \dfrac{RC}{\tau} = 0$ ، أي: $\underline{B = E}$ و $\underline{\tau = RC}$

فيكتب حل المعادلة جزيئيا : $u_C(t) = Ae^{-t/RC} + E$

* تحديد الثابتة A باستعمال الشروط البدئية: عند اللحظة $t = 0$: $u_C(0) = 0\ (1)$

حسب الحل الجزئي : $u_C(0) = Ae^{-0/RC} + E = A + E\ (2)$

ومن العلاقتين(1) و(2) نستنتج أن $\underline{A = -E}$

فيكون الحل النهائي هو : $\underline{u_C(t) = E\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$

2.4- استنتاج التعبير الحرفي لشدة التيار بدلالة الزمن أثناء النظام الانتقالي:

$i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{du_C}{dt} = C\dfrac{d}{dt}\left[E(1 - e^{-t/RC})\right]$ ، ومنه: $i(t) = -C \times \dfrac{-E}{RC} \times e^{-t/RC}$

أي: $\underline{i(t) = \dfrac{E}{R} \times e^{-t/RC}}$

2.5- حساب شدة التيار عند اللحظة $t = 0$: $i(0) = \dfrac{E}{R} \times e^{-0/RC} = \dfrac{E}{R} = \dfrac{6}{50} = \underline{0{,}12\ A}$

3) دراسة تبادل الطاقة بين المكثف والوشيعة:

1.3- تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف:

تكتب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف على الشكل: $E_e = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$

لدينا $i(t) = I_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ، ونضع $q(t) = q_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t)$ مع $q_m = C.U_0 = q(0)$

لنحدد المقدارين φ و I_m : انطلاقا من العلاقة $i(t) = \dfrac{dq}{dt}$

$(1) \quad \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{2\pi}{T_0}.q_m \sin(\dfrac{2\pi}{T_0}t) = \dfrac{2\pi}{T_0}.q_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \dfrac{\pi}{2})$ و $(2) \quad i(t) = I_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

من خلال (1) و(2)، نستنتج أن: $I_m=\frac{2\pi}{T_0}.q_m$ و $\varphi=\frac{\pi}{2}$ ، وبالتالي: $q(t)=I_m.\frac{T_0}{2\pi}.\cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$

$$E_e=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2C}(I_m\frac{T_0}{2\pi}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t))^2=\frac{1}{2C}I_m{}^2(\frac{T_0}{2\pi})^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)$$

$$=\frac{1}{2C}I_m{}^2(LC)\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)\qquad=\underline{\frac{1}{2}L.I_m{}^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)}$$

2.3- * انحفاظ الطاقة الكلية للدارة (LC): $E_t=E_e+E_m=E_e+\frac{1}{2}L.i^2$ مع $i(t)=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\frac{\pi}{2})=-I_m\sin(\frac{2\pi}{T_0}t)$

$$E_t=\frac{1}{2}L.I_m{}^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)+\frac{1}{2}L.I_m{}^2\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t)\;=\frac{1}{2}L.I_m{}^2\left[\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)+\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t)\right]$$

$$\Rightarrow E_t=\underline{\frac{1}{2}L.I_m{}^2=Cte}$$

* قيمة الطاقة الكلية:

$$E_t=\frac{1}{2}L.I_m{}^2=\frac{1}{2}C.U_0{}^2=\frac{1}{2}\times 20.10^{-6}\times 6^2=\underline{3{,}6.10^{-4}\,J}$$

فيزياء 3:

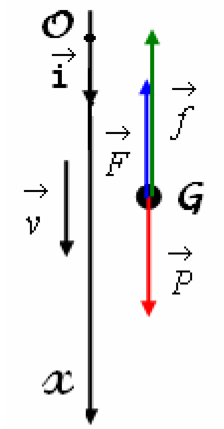
الجزء الأول: السقوط الرأسي لجسم صلب

1- دراسة حركة الكرية (a):

1.1- * إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v(t)$:

- المجموعة المدروسة : $\{$ الكرية (a) $\}$
- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:

وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$



- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}_G$
- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل:

$$mg-\rho_0 gV-6\pi.\eta.r\,v=m.\frac{dv}{dt}\quad \text{مع}\quad m=\rho.V\quad \text{و}\quad V=\frac{4}{3}.\pi.r^3$$

إذا: $\rho.g.V-\rho_0.g.V-6\pi.\eta.r.v=\rho.V.\frac{dv}{dt}$ ، أو: $\frac{\rho gV-\rho_0 gV}{\rho V}-\frac{6\pi\eta r}{\rho.V}v=\frac{dv}{dt}$

يكافئ: $\frac{\rho-\rho_0}{\rho}.g-\frac{6\pi\eta r}{\rho(4/3)\pi.r^3}v=\frac{dv}{dt}$ ويكافئ أيضا : $\frac{\rho-\rho_0}{\rho}.g-\frac{9.\eta.r}{2.\rho.r^2}v=\frac{dv}{dt}$

أو: $\frac{dv}{dt}+\frac{9.\eta}{2.\rho.r^2}v=(1-\frac{\rho_0}{\rho}).g$ ، نضع $\underline{\tau=\frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}}$ و $\underline{C=(1-\frac{\rho_0}{\rho}).g}$ ،

فتكتب المعادلة التفاضلية على الشكل التالي: $\underline{\frac{dv}{dt}+\frac{1}{\tau}v=C}$

* حساب الثابتتين τ و C:

$$C=(1-\frac{\rho_0}{\rho}).g=(1-\frac{970}{2600})\times 9{,}81=\underline{6{,}15\;m.s^{-2}}\quad \text{و}\quad \tau=\frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}=\frac{2\times 2600\times(0{,}25.10^{-2})^2}{9\times 8.10^{-2}}=\underline{4{,}51.10^{-2}\,s}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

1.2- حساب قيمة السرعة الحدية v_ℓ:

* السرعة الحدية هي السرعة التي تمتلكها الكرية عندما تصل النظام الدائم أي عندما تصبح $(\frac{dv}{dt})_\infty = 0$

* تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $(\frac{dv}{dt})_\infty + \frac{1}{\tau}v_\ell = C$ ، أو : $\frac{1}{\tau}v_\ell = C$ ، ومنه:

$$v_\ell = C.\tau = 6,15\times 4,51.10^{-2} = \underline{0,277\,m.s^{-1}}$$

2- دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و(b):

1.2- الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية هي التي توافق المقدار الأكبر τ :

* حسب نتيجة السؤال 1.1- : $\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}$ و $\tau' = \frac{2.\rho.r'^2}{9.\eta} = \frac{2.\rho.(2.r)^2}{9.\eta} = 4.\frac{2.\rho.r^2}{9.\eta} = \underline{4.\tau > \tau}$

* نستنتج أن الكرية (b) هي التي تستغرق مدة أطول.

2.2- حساب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين إلى قعر الأنبوب:

* كل كرية تقطع نفس المسافة H ، خلال مرحلتين: مرحلة النظام الانتقالي ومرحلة النظام الدائم.

* بالنسبة للكرية (b) ، تقطع المرحلة الأولى خلال المدة $5.\tau'$ ، وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v'_ℓ خلال المدة $\frac{H-d_2}{v'_\ell}$

فتكون المدة خلال المرحلتين هي : $5.\tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell} = 5.(4\times 4,51.10^{-2}) + \frac{1-0,8}{4\times 0,277} = 1,08\,s$.

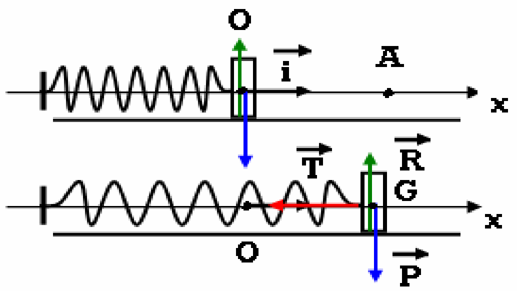
* بنفس الطريقة نجد المدة التي تستغرقها الكرية (a) خلال المرحلتين: $5.\tau + \frac{H-d_1}{v_\ell} = 5.(4,51.10^{-2}) + \frac{1-0,05}{0,277} = 3,65\,s$

* تكون المدة الفاصلة هي: $\Delta t = \left[5.\tau + \frac{H-d_1}{v_\ell}\right] - \left[5.\tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell}\right]$

* تطبيق عددي: $\Delta t = 3,65 - 1,08 = \underline{2,57\ s}$

الجزء الثاني: تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

1- المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G:



- المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب}

- جرد القوى المطبقة على هذه المجموعة:

وزنها $\vec{P}$ و تأثير قوة الارتداد $\vec{T}$ وتأثير السطح الأفقي $\vec{R}$

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم $\Re(O,\vec{i})$ نعتبره غاليليا:

$\sum\vec{F} = m\vec{a}_G$ ، إذا: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور الأفقي Ox: $P_x + T_x + R_x = ma_x \Rightarrow 0 - k.x + 0 = m.\ddot{x}$

نحصل على المعادلة التفاضلية: $m.\ddot{x} + k.x = 0$ أو $\underline{\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0}$

2- التغيير الحرفي للدور الخاص:

لدينا : $x(t) = x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ومنه $\frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}x_m\sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

وبالتالي $\frac{d^2x}{dt^2}=-(\frac{2\pi}{T_0})^2x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ أي : $\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{2\pi}{T_0})^2\underbrace{x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)}_{=x}=0$

أو: $\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{2\pi}{T_0})^2x=0$ و بالمقارنة مع المعادلة التفاضلية $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ ، نستنتج أن: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{k}{m}$

ومنه نستنتج أن: $\underline{T_0=2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}}$.

3- تعيين المنحنى الموافق للحالة الأولى:

في الحالة الأولى، عند أصل التواريخ $t=0$ ، نحرر الجسم بدون سرعة بدئية أي: $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0}=0$ ، ويوافق المنحنى(ب).

4- نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية، حيث الوسع هو x_{m2} والطور هو φ_2 .

4.1- من المبيان(أ)، نجد: * $\underline{x_{m2}=4\ cm}$ و $\underline{d=3\ cm}$

4.2- تطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية لإثبات العلاقة: $x_{m2}=\sqrt{\frac{m.v_A^2}{k}+d^2}$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة A :

$$E_{mA}=E_{cA}+E_{ppA}+E_{peA}$$
$$=\frac{1}{2}mv_A^2+E_{ppA}+\frac{1}{2}k.d^2+cte$$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة B أفصولها $-x_{m2}=-4\ cm$:

$$E_{mB}=E_{cB}+E_{ppB}+E_{peB}$$
$$=\frac{1}{2}mv_B^2+E_{ppB}+\frac{1}{2}k.x_{m2}^2+cte$$

ولدينا: $E_{ppA}=E_{ppB}$ و $v_B=0$

$$E_{mB}=E_{mA}\Rightarrow 0+E_{ppB}+\frac{1}{2}k.x_{m2}^2+cte=\frac{1}{2}mv_A^2+E_{ppA}+\frac{1}{2}k.d^2+cte$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}k.x_{m2}^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}k.d^2$$
$$\Rightarrow x_{m2}^2=\frac{m}{k}v_A^2+d^2$$
$$\Rightarrow x_{m2}=\sqrt{\frac{m}{k}v_A^2+d^2}$$

4.3- تعبير $\tan(\varphi_2)$ بدلالة d و x_{m2} :

* نعلم أن: $x_2(t)=x_{m2}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_2)$ ، ومنه: $x_2(0)=x_{m2}\cos(\varphi_2)=d \Leftarrow \cos(\varphi_2)=\frac{d}{x_{m2}}$ (1)

* ولدينا: $\dot{x}(t)=\frac{dx_2}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_2)$ ومنه: $\dot{x}(0)=v_A=-\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}\sin(\varphi_2) \Leftarrow \sin(\varphi_2)=\frac{-v_A}{\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}}$ (2)

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan(\varphi_2)=\frac{\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_2)}=\frac{\dfrac{-v_A}{\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}}}{\dfrac{d}{x_{m2}}}=\frac{-v_A}{d.\frac{2\pi}{T_0}}=\frac{-v_A}{d.\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

حسب نتيجة السؤال 4.2- $v_A=-\frac{\sqrt{x_{m2}^2-d^2}}{\sqrt{\frac{m}{k}}}$ ، ومنه نستنتج العلاقة: $\tan(\varphi_2)=\frac{\sqrt{x_{m2}^2-d^2}}{d}$