

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



الكيمياء

الجزء الأول: مراقبة نسبة عنصر كيميائي في منتج صناعي
(1) دراسة محلول مائي لنترات الأمونيوم:

- 1.1. معادلة تفاعل أيون الأمونيوم مع الماء: $NH_4^+(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons NH_3(aq) + H_3O^+(aq)$
2.1. * حساب τ نسبة تقدم للتحويل الحاصل: ننشئ الجدول الوصفي

$NH_4^+(aq) + H_2O(\ell) \rightleftharpoons NH_3(aq) + H_3O^+(aq)$				معادلة التفاعل	
كميات المادة (mol)				التقدم x	
$n_i(NH_4^+) = C.V_S$	وفير	0	0	$x = 0$	الحالة البدئية
$C.V_S - x_{\acute{e}q}$	وفير	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$	$x = x_{\acute{e}q}$	حالة التوازن
$C.V_S - x_m$	وفير	x_m	x_m	$x = x_m$	تحويل كلي

حسب الجدول نجد : $n_{\acute{e}q}(H_3O^+) = x_{\acute{e}q} \Rightarrow [H_3O^+]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{V} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} \cdot V_S$

$$C.V_S - x_m = 0 \Rightarrow x_m = C.V_S \quad \text{و}$$

$$\tau = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_m} = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q} \cdot V_S}{C.V_S} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{C} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\tau = \frac{10^{-pH}}{C_A} = \frac{10^{-5,30}}{4.10^{-2}} \approx 1,25.10^{-4} \quad \text{* قيمة } \tau :$$

* استنتاج: $\tau = 1,25.10^{-4} \ll 1$: تفاعل أيون الأمونيوم مع الماء تفاعل محدود.
3.1. التحقق من قيمة ثابتة الحمضية:

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = \frac{n(NH_4^+)}{V_S} = \frac{C.V_S - x_{\acute{e}q}}{V_S} = C - [H_3O^+]_{\acute{e}q} \quad \text{حسب الجدول:}$$

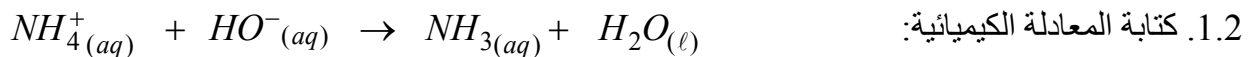
$$[NH_3]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} = 10^{-pH}$$

$$pH = pK_A + \text{Log} \frac{[NH_3]_{\acute{e}q}}{[NH_4^+]_{\acute{e}q}} \Rightarrow pK_A = pH - \text{Log} \frac{[NH_3]_{\acute{e}q}}{[NH_4^+]_{\acute{e}q}}$$

$$\Rightarrow pK_A = pH - \text{Log} \frac{[NH_3]_{\acute{e}q}}{[NH_4^+]_{\acute{e}q}} = pH - \text{Log} \frac{10^{-pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$\Rightarrow pK_A = 5,30 - \text{Log} \frac{10^{-5,30}}{4.10^{-2} - 10^{-5,30}} \approx 9,20$$

(2) تحديد النسبة المئوية X الكتلية لعنصر الأزوت في منتج صناعي:



2.2. * كمية مادة نترات الأمونيوم $n(NH_4NO_3)$:

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



- تحديد تركيز المحلول المائي (S_A): عند التكافؤ نكتب:

$$C_A V_A = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} = \frac{0,2 \times 22}{20} = 0,22 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

- تكون كمية المادة في الحجم $V = 250 \text{ mL} = 0,25 \text{ L}$ هي:

$$n(\text{NH}_4\text{NO}_3) = C_A \cdot V = 0,22 \times 0,25 = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

* التحقق من القيمة $X = 27\%$:

$$m(\text{N}) = n(\text{NH}_4\text{NO}_3) \times M(\text{N}) = 5,5 \cdot 10^{-2} \times 28 = 1,54 \text{ g}$$

- كتلة الأزوت الموجودة في العينة هي:

$$X = \frac{m(\text{N})}{m} = \frac{1,54}{5,70} = 0,27 = 27\%$$

- النسبة $X = 27\%$ هي:

الجزء الثاني: تحضير نكهة الأناناس

1.1. مميزات التفاعل: - بطيء - محدود - لاجراري

2.1. تعيين الصيغة نصف المنشورة:

- الحمض الكربوكسيلي A : $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$ - الكحول B : $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$

1.2. أ- قيمة ثابتة التوازن K :

معادلة التفاعل				معادلة التفاعل	
كميات المادة (mol)				التقدم x	
$\text{C}_3\text{H}_7\text{COOH}_{(l)}$	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}_{(l)}$	$\text{C}_3\text{H}_7\text{COOC}_2\text{H}_5_{(l)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(l)}$	$x=0$	حالة المجموعة
$n_0 = 0,3$	$n_0 = 0,3$	0	0	$x=0$	الحالة البدئية
$0,3 - x_{\text{éq}}$	$0,3 - x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x = x_{\text{éq}}$	حالة التوازن
$0,3 - x_m$	$0,3 - x_m$	x_m	x_m	$x = x_m$	تحول كلي

- كمية مادة الإستر المتكون: $n(\text{ester}) = x_{\text{éq}} = \frac{m}{M(\text{ester})} = \frac{23,2}{6 \times 12 + 12 \times 1 + 2 \times 16} = 0,2 \text{ mol}$

$$K = \frac{[\text{ester}]_{\text{éq}} \times [\text{eau}]_{\text{éq}}}{[\text{acide}]_{\text{éq}} [\text{alcool}]_{\text{éq}}} = \frac{x_{\text{éq}}^2}{(0,3 - x_{\text{éq}})^2}$$

لدينا:

$$\Rightarrow K = \frac{0,2^2}{(0,3 - 0,2)^2} = 4$$

$$r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{ester})}{n_{\text{th}}} = \frac{x_{\text{éq}}}{x_m} = \frac{0,2}{0,3} = 0,66 = 66\%$$

ب - قيمة المردود r :

2.2. حساب كمية المادة n للحمض الكربوكسيلي للحصول على مردود $r' = 80\%$:

معادلة التفاعل				معادلة التفاعل	
كميات المادة (mol)				التقدم x	
$\text{C}_3\text{H}_7\text{COOH}_{(l)}$	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}_{(l)}$	$\text{C}_3\text{H}_7\text{COOC}_2\text{H}_5_{(l)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(l)}$	$x=0$	حالة المجموعة
n	$n_0 = 0,3$	0	0	$x=0$	الحالة البدئية
$n - x'_{\text{éq}}$	$0,3 - x'_{\text{éq}}$	$x'_{\text{éq}}$	$x'_{\text{éq}}$	$x = x'_{\text{éq}}$	حالة التوازن
$n - x_m$	$0,3 - x_m$	x_m	x_m	$x = x_m$	تحول كلي

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



- كمية مادة الإستر المتكون: $n(ester) = x'_{\acute{e}q}$

- إذا كان $n > 0,3 mol$: $r' = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{th}} = \frac{x'_{\acute{e}q}}{x_m} = \frac{x'_{\acute{e}q}}{0,3} \Rightarrow x'_{\acute{e}q} = 0,3.r' = 0,24 mol$

$$K = \frac{[ester]_{\acute{e}q} \times [eau]_{\acute{e}q}}{[acide]_{\acute{e}q} [alcool]_{\acute{e}q}} = \frac{x'_{\acute{e}q}{}^2}{(n - x'_{\acute{e}q})(0,3 - x'_{\acute{e}q})} = \frac{(0,24)^2}{(n - 0,24)(0,3 - 0,24)} = 4$$

$$\Rightarrow 4(n - 0,24)(0,3 - 0,24) = 0,0576 \Rightarrow n = \underline{0,48 mol}$$

- إذا كان $n < 0,3 mol$: $r' = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{th}} = \frac{x'_{\acute{e}q}}{x_m} = \frac{x'_{\acute{e}q}}{n} \Rightarrow x'_{\acute{e}q} = 0,8.n$

$$K = \frac{x'_{\acute{e}q}{}^2}{(n - x'_{\acute{e}q})(0,3 - x'_{\acute{e}q})} = \frac{(0,8n)^2}{(n - 0,8n)(0,3 - 0,8n)} = 4$$

$$\Rightarrow 4(n - 0,8n)(0,3 - 0,8n) = 0,64n^2 \Rightarrow n = \underline{0,1875 mol}$$

الفيزياء

الموجات فوق الصوتية:

(1) انتشار الموجات الميكانيكية:

1.1. أ - تعريف : الموجة الميكانيكية المتوالية هي تتابع مستمر لإشارات ميكانيكية، ناتج عن اضطراب مصان ومستمر لمنبع الموجات.

ب - الفرق : الموجة المستعرضة موجة يكون فيها اتجاه تشويه الوسط عموديا على اتجاه الانتشار، بينما الموجة الطولية موجة يكون فيها اتجاه تشويه الوسط على استقامة واحدة مع اتجاه الانتشار.

2.1. انتشار الموجات فوق الصوتية في الماء:

أ - تعريف طول الموجة: طول الموجة هي المسافة التي تقطعها الموجة المتوالية خلال مدة زمنية تساوي دور الموجة T

$$\lambda = v.T \Rightarrow \lambda = \frac{v}{N} \quad \text{ب - العلاقة:}$$

ج - استنتاج سرعة انتشار الموجة:

- من خلال المعطيات، تكون قيمة طول الموجة هي: $\lambda = d = 3 cm = 0,03 m$

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \times 5.10^{-6}} = 5.10^4 Hz \quad \text{- قيمة تردد الموجة هي:}$$

$$v_e = d.N = 0,03 \times 5.10^4 = \underline{1500 m.s^{-1}} \quad \text{و منه سرعة انتشار الموجة في الماء:}$$

3.1. انتشار الموجات فوق الصوتية في الهواء:

أ - تفسير : أصبحت الإشارتان غير متوافقتين في الطور، بسبب اختلاف سرعة انتشار الموجات فوق الصوتية في

$$v_e = 1500 m.s^{-1} > v_{air} = 340 m.s^{-1} \quad \text{كل من الوسطين الهواء والماء.}$$

ب - حساب المسافة الدنوية:

- المسافة التي تقطعها الموجة في الهواء خلال المدة T هي:

$$\lambda_a = v_a.T = v_a \cdot \frac{1}{N} = 340 \cdot \frac{1}{5.10^4} = 0,0068 m = 0,68 cm$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



- المسافة التي تقطعها الموجة في الهواء خلال المدة $5 \times T$ هي: $d' = v_a \cdot (5.T) = 5 \cdot \lambda_a = 5 \times 0,68 = 3,4 \text{ cm}$
 - تكون المسافة الدنيا هي: $d_{\min} = d' - d = 3,4 - 3 = 0,4 \text{ cm}$

(2) استعمال الموجات فوق الصوتية لقياس أبعاد أنبوب فلزي:
 1.1 إيجاد السمك e لجدار الأنبوب:

$$e = v_m \cdot \Delta t = v_m \cdot \frac{P_2 - P_1}{2} = 10^4 \times \frac{7-6}{2} \cdot 10^{-6} \Rightarrow e = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{5 \text{ mm}}$$

2.2 إيجاد القطر D للأنبوب:

$$D = v_a \cdot \Delta t = v_a \cdot \frac{P_3 - P_2}{2} = 340 \times \frac{257-7}{2} \cdot 10^{-6} \Rightarrow D = 4,25 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \underline{4,25 \text{ cm}}$$

وظيفة ثنائي القطب RC في مستقبل للموجات الكهرومغناطيسية:

(1) دراسة شحن المكثف:

1.1 * المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

- قانون إضافية التوترات: $u_C + u_R = E$ (*)

- في اصطلاح المستقبل: قانون أوم للموصل الأومي: $u_R = R \cdot i$ و $q = C u_C$

$$u_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot \frac{d(C u_C)}{dt} = RC \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{- لدينا:}$$

تكتب المعادلة (*): $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E$ المعادلة التفاضلية.

$$2.1 \text{ يكتب الحل: } u_C(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau}), \text{ ونبين أن: } \ln(E - u_C) = -\frac{1}{\tau} \cdot t + \ln(E)$$

في النظام الدائم، يكون $\frac{du_C}{dt} = 0$ ، إذا $u_C(\infty) = A = E$ ، فيكتب الحل $u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-t/\tau})$

$$\Rightarrow E - u_C = E e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln(E - u_C) = \ln(E e^{-t/\tau})$$

$$\Rightarrow \ln(E - u_C) = -\frac{1}{\tau} \cdot t + \ln(E) \quad (1)$$

ومنه

3.1 إيجاد قيمة كل من E و τ باستغلال المبيان:

الدالة $\ln(E - u_C) = f(t)$ تألفية، فتكتب معادلة المستقيم على الشكل: $\ln(E - u_C) = a \cdot t + b$ (2)

$$a = \frac{0,5 - 1,5}{(1 - 0) \cdot 10^{-3}} = -1000 \text{ S.I} \quad \text{- قيمة المعامل الموجه:}$$

- قيمة الثابتة b : $b = 1,5$

$$-\frac{1}{\tau} = a \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{-1000} = 10^{-3} \text{ s}$$

بمطابقة العلاقتين (1) و (2)، نستنتج:

$$\ln(E) = b \Rightarrow E = e^b = e^{1,5} = \underline{4,48 \text{ V}}$$

و

4.1 حساب النسبة $\frac{Ee}{Ee_{(\max)}}$: لدينا تعبير الطاقة المخزونة في المكثف: $Ee = \frac{1}{2} C u_c^2$

$$Ee(\tau) = \frac{1}{2} C (u_c(\tau))^2 = \frac{1}{2} C E^2 (1 - \frac{1}{e})^2 \quad \text{- عند } t = \tau$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



$$Ee_{(\max)} = Ee(0) = \frac{1}{2} C(u_c(0))^2 = \frac{1}{2} CE^2 \quad \text{و عند } t=0 :$$

$$\frac{Ee}{Ee_{(\max)}} = \frac{\frac{1}{2} CE^2 (1 - \frac{1}{e})^2}{\frac{1}{2} CE^2} = (1 - \frac{1}{e})^2 = (0,63)^2 = 0,40 = \underline{40\%}$$

تكون المسبة هي:

5.1. حساب قيمة السعة C' للمكثف (C') :

$$\tau' = \frac{\tau}{3} \Rightarrow \tau' < \tau \Rightarrow R.C_{\acute{e}q} < R.C \Rightarrow C_{\acute{e}q} < C \quad \text{- من المعطيات :}$$

إذا يركب المكثف (C') على التوالي مع المكثف (C) .

$$\tau' = \frac{\tau}{3} \Rightarrow R.C_{\acute{e}q} = R.C \Rightarrow C_{\acute{e}q} = C \Rightarrow \frac{C.C'}{C+C'} = C$$

$$\Rightarrow C' = \frac{C}{2} = \frac{\tau}{2R} = \frac{10^{-3}}{2 \times 100} = \underline{5.10^{-6} F = 5 \mu F}$$

(2) دراسة وظيفة ثنائي القطب RC في دارة كاشف الغلاف:

1.1. الطابق الموافق لدارة كاشف الغلاف هو الطابق 2.

2.2. ثنائي القطب RC يمكن من الحصول على كشف غلاف جيد:

يتحقق هذا إذا كانت ثابتة الزمن $\tau = 1ms$ تحقق المتراجحة: $T_p \ll \tau < T_s$

من تعبير التوتر مضمن الوسع $u(t) = k.[0,7 + 0,5 \cos(10^3 \cdot \pi \cdot t)]. \cos(10^4 \cdot \pi \cdot t)$ نجد:

$$T_s = \frac{1}{F_s} = \frac{2}{10^3} = 2.10^{-3} s = \underline{2ms} \quad \text{و} \quad T_p = \frac{1}{F_p} = \frac{2}{10^4} = 2.10^{-4} s = \underline{0,2ms}$$

ومنه: $0,2ms \ll \tau = 1ms \leq 2ms$ ، إذا، ثنائي القطب RC يمكن من الحصول على كشف غلاف جيد.

3.2. المنحنى الموافق لتوتر الخروج لدارة كاشف الغلاف هو المنحنى (أ)، لأن هذا المنحنى مطابق إلى حد كبير مع غلاف

المنحنى (ج) الذي يمثل توتر الدخول u_{EM} وهو التوتر مضمن الوسع.

المخمدات والسلامة الطرقية:

الجزء 1: اختبار كبح سيارة

1. حساب تسارع السيارة أثناء الكبح انطلاقاً من المبيان:

حسب المبيان، في مرحلة الكبح، فإن السرعة $v = f(t)$ دالة تألفية معادلتها: $v = a.t + v_0$ ، حيث a المعامل الموجه

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 - 16}{2,5 - 1} = \underline{-8 m.s^{-2}} \quad \text{للمستقيم المائل.}$$

2. استنتاج منظم مجموع متجهات القوى المطبقة على السيارة أثناء الكبح:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي:

$$\Sigma \vec{F} = M \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \|\Sigma \vec{F}\| = M \cdot \|\vec{a}_G\| \Rightarrow \|\Sigma \vec{F}\| = 1353 \times 8 = \underline{10824 N}$$

$$3. \text{ سرعة السيارة عند بداية الكبح هي } v_0 = 72 km.h^{-1} = \frac{72}{3,6} m.s^{-1} = 20 m.s^{-1}$$

1.3. حساب المسافة d التي تقطعها السيارة خلال مرحلة رد الفعل للسائق انطلاقاً من المبيان:

خلال هذه المرحلة، فحركة السيارة مستقيمة منتظمة: $(\Delta t = 1s)$ $d = v_0 \cdot \Delta t = 20 \times 1 = \underline{20m}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



2.3. حساب Δt مدة مرحلة الكبح: $\Delta t = 3,5 - 1 = 2,5 \text{ s}$

4. إبراز تمكن السائق من إيقاف السيارة دون أن يصدم الحاجز انطلاقا من المبيان:

حساب المسافة d' التي تقطعها السيارة خلال المرحلتين انطلاقا من المبيان: $d' = d_1 + d_2$

- حيث d_1 مسافة مرحلة رد الفعل للسائق: $(\Delta t = 1 \text{ s})$ $d_1 = v_1 \cdot \Delta t = 16 \times 1 = 16 \text{ m}$

- حيث d_2 مسافة مرحلة كبح السيارة: $(\Delta t = 1 \text{ s})$ $d_2 = \frac{1}{2} a t^2 + v_1 t = \frac{1}{2} (-8) \cdot (3 - 1)^2 + 16 \cdot (3 - 1) = 16 \text{ m}$

ومنه: $d' = d_1 + d_2 = 16 + 16 = 32 \text{ m} < 35 \text{ m}$: يتمكن السائق من إيقاف السيارة دون أن يصدم بالحاجز.

الجزء 2: نمذجة معاليق السيارة

1- الدراسة الطاقية للمتذبذب (الجسم (S)، النابض) في غياب الخمود.

1.1. إيجاد العلاقة بين $|\Delta \ell_0|$ و M و k و g شدة الثقالة عند التوازن.

عند التوازن شدة وزن السيارة تساوي شدة توتر النابض، أي: $T = P \Rightarrow k \cdot |\Delta \ell_0| = M \cdot g$

2.1. إثبات تعبير طاقة الوضع المرنة للمتذبذب:

نعلم أن: $E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta \ell^2 + Cte$ ، وباعتبار الحالة المرجعية: $\Delta \ell = 0$: $E_{pe} = 0$ إذا: $Cte = 0$

وبما أن: $\Delta \ell = |\Delta \ell_0| - z$ ، يصبح تعبير طاقة الوضع المرنة هو: $E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot (|\Delta \ell_0| - z)^2$

3.1

أ- تحديد تعبير الطاقة الميكانيكية E_m للمتذبذب: نعلم أن $E_m = E_c + E_{pe} + E_{pp}$

ولدينا $E_c = \frac{1}{2} M \cdot \dot{z}^2$ و $E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot (|\Delta \ell_0| - z)^2$ و $E_{pp} = Mgz$ ($Cte = 0$)، ومنه:

$$E_m = \frac{1}{2} M \cdot \dot{z}^2 + \frac{1}{2} k \cdot (|\Delta \ell_0| - z)^2 + Mgz$$

ب. استنتاج المعادلة التفاضلية لحركة مركز القصور للجسم: بما أن الطاقة الميكانيكية تتحفظ، إذا:

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} M \cdot \dot{z}^2 + \frac{1}{2} k \cdot (|\Delta \ell_0| - z)^2 + Mgz \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} M \cdot \frac{d}{dt} (\dot{z}^2) + \frac{1}{2} k \cdot \frac{d}{dt} (|\Delta \ell_0| - z)^2 + Mg \cdot \frac{d}{dt} (z) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} M \cdot 2 \cdot \dot{z} \cdot \frac{d}{dt} (\dot{z}) - \frac{1}{2} k \cdot 2 \cdot (|\Delta \ell_0| - z) \cdot \frac{d}{dt} (z) + Mg \cdot \frac{d}{dt} (z) = 0 \quad \left(\frac{d}{dt} (z) = \dot{z} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} (z) \left[M \frac{d}{dt} (\dot{z}) - k \cdot (|\Delta \ell_0| - z) + Mg \right] = 0$$

$$\Rightarrow M \frac{d}{dt} (\dot{z}) - k \cdot (|\Delta \ell_0| - z) + Mg = 0 \quad (-k \cdot (|\Delta \ell_0| - z) + Mg = 0)$$

$$\Rightarrow \underline{M \ddot{z} + k \cdot z = 0}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2009 - الدورة العادية



2- الدراسة الطاقية للمتذبذب بوجود الخمود:

1.1. إثبات تعبير $\frac{dE_m}{dt}$ بدلالة الثابتة h و $\frac{dz}{dt}$:

$$\begin{aligned}\frac{dE_m}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} M \dot{z}^2 + \frac{1}{2} k \cdot (|\Delta \ell_0| - z)^2 + Mg \cdot z \right] \\ &= \frac{d}{dt} (z) \left[M \ddot{z} + k \cdot z \right] \quad (M \ddot{z} + k \cdot z = -h \frac{d}{dt} (z)) \\ \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} &= -h \left[\frac{dz}{dt} \right]^2\end{aligned}$$

نلاحظ أن $\frac{dE_m}{dt} < 0$ ، وبالتالي فإن الطاقة الميكانيكية E_m للمتذبذب تتناقص خلال الزمن.

2.2. تعيين السيارة التي توفر سلامة أكثر للسائق مع تحديد المنحنى الموافق لها:

- السيارة التي توفر سلامة أكثر للسائق هي السيارة رقم 2، والمنحنى الموافق لها هو (a)

- لأن كلما كان المعامل h أكبر كلما كان المخمد جيدا: $h_2 > h_1$ ، وبذلك يكون خمود التذبذبات حادا (نظام لادوري).