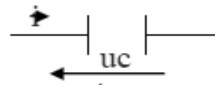


التمارين	الدروس	المقرر
1 س	6 س	1- ثنائي القطب RC
2 س	5 س	2- ثنائي القطب RL
2 س	6 س	3- التذبذبات الحرة في دائرة RLC متوالية
5 س	17 س	المجموع
22 س		

الغلاف الزمني:

التوجيهات:

- لا يطلب أي توسع حول تكنولوجيا المكثفات.
- رمز المكثف الكهركيميائي غير وارد في المقرر.
- يذكر بأن شدة التيار تمثل سبب الشحنات الكهربائية ويتم تقديم  $i = dq/dt$  بالنسبة للمكثف حيث تمثل  $q$  شحنة المكثف عند اللحظة  $t$ .
- يستخلص التعبير  $q = C.u$  انطلاقا من تجربة شحن مكثف باستعمال مولد مؤتمل للتيار وفولطمتر إلكتروني .
- توجه الدارة الكهربائية بسهم على سلك الربط ويوضع الحرف  $i$  فوق السهم بحيث يعتبر التيار موجبا إذا مر في منحنى السهم وسالبا إذا مر في المنحنى المعاكس.
- يعتمد الاصطلاح الممثل جانبه
- لا يعتبر المولد المؤتمل والفولطمتر الإلكتروني موضوعا لأية دراسة .
- تعبير سعة المكثف المستوي غير وارده في المقرر.
- يدرس شحن وتفريغ مكثف باستعمال راسم تذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية (معاينة تغيرات التوتر بدلالة الزمن).



- يتطرق للدراسة النظرية للاستجابة بالتوتر لتحديد المعادلة التفاضلية :

$$u + R.C \frac{du}{dt} = E$$

- تحدد ثابتة الزمن وتأثيرها كما يشار للنظام الدائم .
- يتوصل إلى تعبير الطاقة المخزونة في مكثف باعتماد الحصلة الطاقية ويشار إلى أن تخزينها وتفريغها لا يتم بشكل آني وبالتالي يكون التوتر بين مربطي المكثف متصلا.
- تعطى معادلة الأبعاد للمقادير الفيزيائية وتستغل في الصيغ والتعابير للتحقق من التجانس .

## ثنائي القطب RC

### المكثفات :

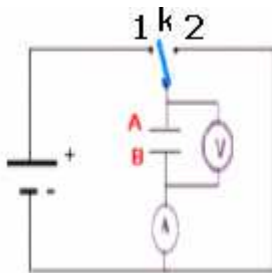
#### 1) تعريف المكثف:

المكثف ثنائي قطب ، يتكون من لبوسين (وهما عبارة عن موصلين متقابلين) يفصل بينهما عازل استقطابي، ويرمز للمكثف في دارة كهربائية بين نقطتين A و B بالرمز التالي:



#### 2) شحن وتفريغ مكثف (الإبراز التجريبي):

##### أ) شحن المكثف:



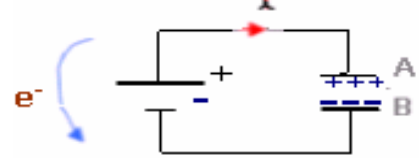
- تجربة :** نستعمل مولدا للتيار الكهربائي المستمر ، وننجز التركيب التالي:
- نضع قاطع التيار الكهربائي في الموضع (1) بحيث يتم ربط المكثف بالمولد .
- ملاحظات :** الأمبيرميتر يشير خلال وقت وجيز إلى مرور تيار كهربائي في الدارة.

**تعليق :** هذا التيار ناتج عن انتقال الإلكترونات من A نحو اللبوس B ، ونظرا لوجود العازل الاستقطابي بين اللبوسين

اللبوس

تتراكم الإلكترونات على  $B$  ويفقد اللبوس  $A$  نفس عدد الإلكترونات التي اكتسبها اللبوس  $B$ : نقول أن المكثف أصبح مشحونا. اللبوس

نسمي شحنة مكثف ، كمية الكهرباء  $q$  التي يحتوي عليها أحد اللبوسين .  $q=q_A=-q_B$  .



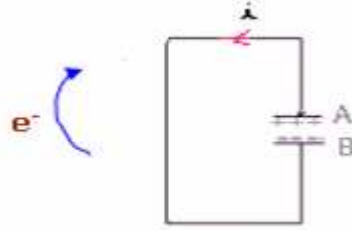
عندما يصبح المكثف مشحونا يشير الفولطميتر إلى التوتر:  $U_{AB}=E$

(ب) تفريغ مكثف :

تجربة:

بعد شحن المكثف نضع قاطع التيار في الموضع (2) ، نلاحظ انحراف إبرة الأمبيرميتر في المنحى المعاكس والفولطميتر يشير إلى انعدام سريع للتوتر.

تعليل:



بوضع قاطع التيار في الموضع (2) يتم ربط اللبوسين فيما بينهما ، وبذلك الإلكترونات المتراكمة على اللبوس  $B$  تعود إلى اللبوس  $A$  ، و تيار التفريغ الذي يظهر في الدارة له عكس منحى تيار الشحن .

(3) العلاقة بين الشحنة وشدة التيار.

$$I = \frac{q}{t}$$

• في التيار الكهربائي المستمر لدينا:

$$i = \frac{dq_A}{dt} = \frac{dq}{dt} \text{ وبالنسبة للمكثف لدينا}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ في التيار المتغير}$$

(4) العلاقة بين الشحنة والتوتر:

نعوض في التركيب السابق المولد بموئل مؤمئل للتيار الكهربائي (وهذا الأخير يمنح شدة ثابتة مهما كان التوتر بين مربطيه). ثم نضع قاطع التيار في الموضع (1) ونشغل الميقت في نفس اللحظة.

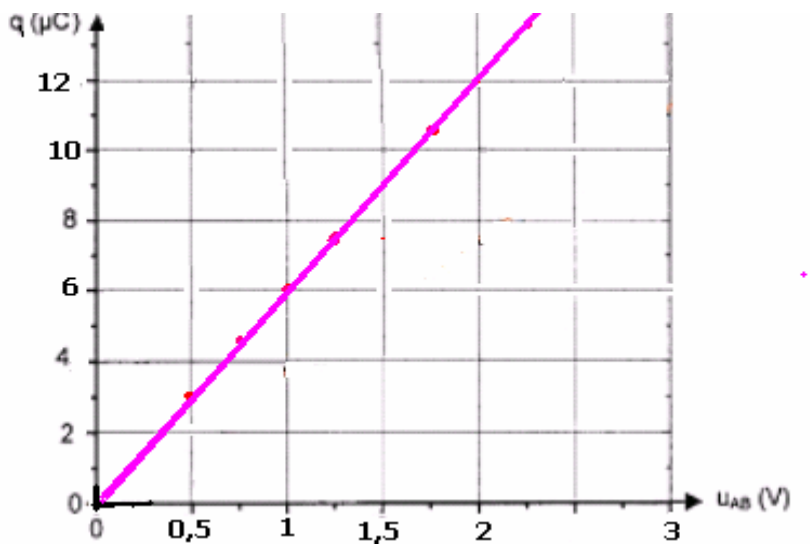
نسجل شدة التيار الكهربائي في الدارة:  $I_0=0,3\text{uA}$  ، ونقيس التوتر بين مربطي المكثف في كل خمس ثوان.

جدول النتائج:

لدينا :  $q=I_0.t$  نتمم ملء الجدول : بحيث نحدد شحنة المكثف بالنسبة لكل قياس.

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$u_{AB}(V)$	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25
q(uC)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5

نرسم المنحنى  $q=f(u_{AB})$ :



تتناسب شحنة المكثف مع التوتر المطبق بين مربطيه و معامل التناسب بينهما ثابتة تميز المكثف ،تسمى : سعة المكثف. ويرمز إليها بـ **C**.

$$q = C \cdot U_{AB}$$

وحدة سعة المكثف في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد و نرسم إليه بـ **F** التحديد المبياني لسعة المكثف : سعة المكثف المستعمل في الدراسة التجريبية السابقة تمثل المعامل الموجه للمستقيم الذي يمثل تغيرات شحنة المكثف بدلالة التوتر المطبق بين مربطيه.

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta U_{AB}} = \frac{(13,5 - 1,5) \times 10^{-6} C}{(2,25 - 0,25)V} = 6 \cdot 10^{-6} F = 6 \mu F$$

نعطي بعض أجزاء الفاراد:

الميليفاراد millifarad	$1mF = 10^{-3}F$
الميكروفاراد microfarad	$1\mu F = 10^{-6}F$
النانو فاراد nanofarad	$1nF = 10^{-9}F$
البيكو فاراد Picofarad	$1pF = 10^{-12}F$

## || تجميع المكثفات :

### (1) التركيب على التوازي:

لتكن **C** سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبين على التوازي سعتهما على التوالي  $C_1$  و  $C_2$ .

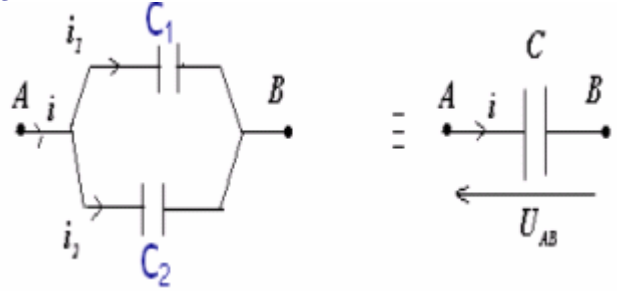
حسب قانون العقد في النقطة A لدينا:

$$q = q_A + q_B \Leftrightarrow i = i_1 + i_2$$

$$q = C_1 U_{AB} + C_2 U_{AB}$$

$$q = C \cdot U_{AB}$$

$$C = C_1 + C_2$$

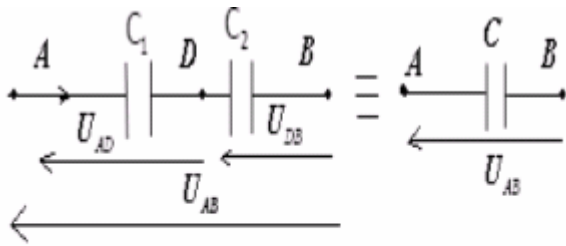


وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوازي ،سعة المكثف المكافئ :  $C = \sum C_i$

الفائدة من هذا التركيب : تضخيم السعة.

### (2) التركيب على التوالي:

لتكن **C** سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبين على التوالي سعتهما على التوالي  $C_1$  و  $C_2$ .



حسب قانون إضافية لتوترات لدينا :

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

المكثفات المركبة على التوالي تحمل نفس لشحنة

$$q = q_1 = q_2 \quad \text{الكهربائية :}$$

$$\text{إذن: } U_{AB} = \frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\text{ومنه : } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوالي ،سعة المكثف المكافئ :  $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$

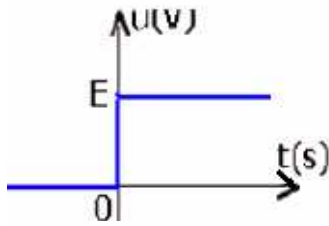
فائدة التركيب على التوالي : تخفيض السعة .

### III استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

#### (1) استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر:

(أ) تجربة : شحن المكثف:

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R ومكثفا سعته C ونخضعه لرتبة صاعدة للتوتر.



نقول أن ثنائي القطب يخضع لرتبة صاعدة للتوتر إذا كان التوتر المطبق بين مرابطيه ينقل فجأة من قيمة معدومة إلى قيمة ثابتة .

$$\text{بالنسبة ل: } u_c = 0 \Leftrightarrow t \leq 0$$

$$\text{وبالنسبة ل: } u_c = E \Leftrightarrow t > 0$$

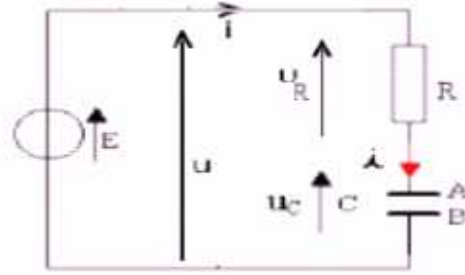
نعلق الدارة في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ .  
بنطبق قانون إضافية لتوترات :

$$u = E \quad \text{من جهة لدينا :}$$

$$u = u_R + u_C \quad \text{ومن جهة أخرى لدينا :}$$

$$u_R + u_C = E \quad \text{إذن:}$$

$$\text{مع : } u_R = R.i \quad \text{(قانون أوم بالنسبة لموصل أومي)}$$



بما أن شحنة المكثف تتناسب إطرادا مع التوتر المطبق بين مرابطيه:

$$q = C.u_c$$

$$\text{و } i = \frac{dq}{dt} \quad \text{فهي تساوي: } i = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$$

العلاقة السابقة تصبح كما يلي:  $R.C \frac{du_c}{dt} + u_c = E$  المعادلة التفاضلية للتوتر بين مرابطي المكثف خلال الشحن .

ونسمي المقدار  $\tau = R.C$  ثابتة الزمن ، وبذلك المعادلة السابقة تصبح:

$$\tau \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = E \quad \text{المعادلة التفاضلية}$$

(ب) حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية:  $\tau \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = E$  يكتب كما يلي :  $(1) u_c(t) = Ae^{-m.t} + B$

التوابت A ، m و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

$$\text{إذن: } \frac{du_c}{dt} = -mAe^{-mt} \quad \text{ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: } -\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = E$$

أي:  $Ae^{-mt}(1-\tau.m) = E-B$  (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل  $e^{-mt}$  منعدما أي  $1-\tau.m = 0$

$$\text{إذن: } m = \frac{1}{\tau} \quad \text{وبذلك (2) تصبح } B = E$$

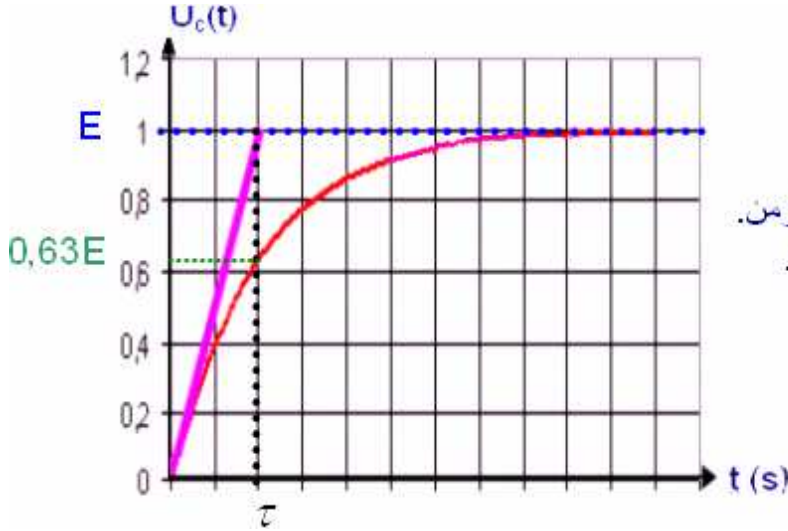
والحل (1) أصبح كما يلي:  $(3) u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$

لتحديد الثابتة  $A$  نعتبر الشروط البدئية وهي : عند اللحظة  $t = 0$  لدينا  $u_c = 0$  وبالتعويض في (3) نحصل على:  $A = -E$

وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي:  $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  مع  $\tau = R.C$

يمكن معاينة التوتر بين مربطي المكثف باستعمال راسم تذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية .

فنحصل على المنحنى الذي يمثل الدالة  $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$



يبرز المنحنى وجود نظامين :

- نظام انتقالي : يتزايد خلاله التوتر مع الزمن.

- نظام دائم : بحيث يأخذ التوتر قيمة ثابتة.

بعد حوالي  $5\tau$  يصبح المكثف مشحونا .

ملحوظة: المقدار  $\tau$  له بعد زمني ، ولذلك يسمى ثابتة الزمن لثنائي القطب  $RC$  ، ويتضح ذلك من

من خلال معادلة الأبعاد التالية :

لدينا :  $\tau = R.C$

نعلم أن :  $\begin{cases} q = I.t \\ q = c.U \end{cases} \Rightarrow I.t = C.U \Rightarrow C = \frac{I.t}{U} \Rightarrow [C] = [I][t][U]^{-1}$

ومن جهة أخرى :  $U = R.I \Rightarrow R = \frac{U}{I} \Rightarrow [R] = [U][I]^{-1}$

ومنه :  $[\tau] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} = [t]$  إذن وحدة  $\tau$  هي  $s$ .

### ج) طريقة تحديد ثابتة الزمن $\tau$

الطريقة الأولى: نعطي للمتغيرة  $t$  في العلاقة  $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  القيمة  $t = \tau$ .

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطي المكثف الموافق ل:  $t = \tau$  فهو :  $u_c = E(1 - e^{-1}) \approx 0,63E$

الطريقة الثانية: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة  $t = 0$  فهو يتقاطع مع المقارب  $u_c = E$

في اللحظة  $t = \tau$  (انظر الشكل) .

د) تعبير شدة تيار الشحن في الدارة  $RC$  :

لدينا من خلال دارة الشحن السابقة :  $u_R + u_c = E$  إذن :  $u_R = E - u_c$  مع  $u_R = R.i$

$i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

أي :  $R.i = E - E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$  ومنه :

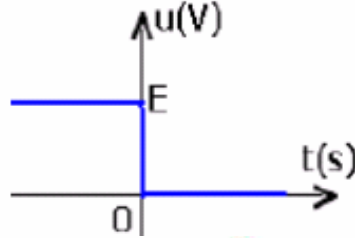
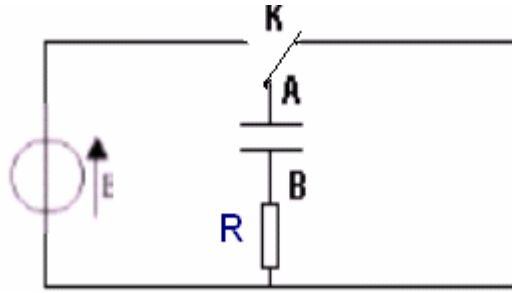
أو بطريقة أخرى:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{d\left[E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\right]}{dt} = C \cdot \left[\frac{E}{\tau}\right] e^{-\frac{t}{\tau}} = C \frac{E}{R.C} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(2) استجابة ثنائي قطب  $RC$  لرتبة نازلة للتوتر:

(أ) تجربة : تفريغ المكثف:

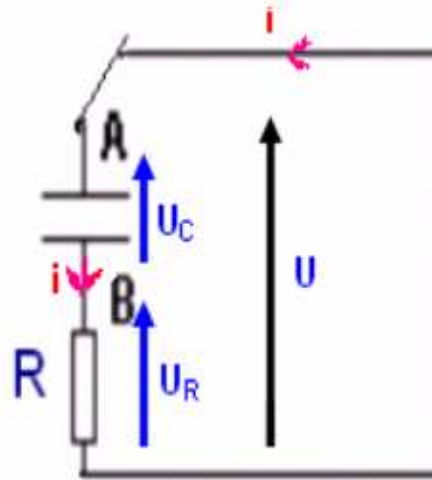
عندما يصبح المكثف مشحونا نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فينتقل التوتر بين مرطبي المكثف فجأة من  $E$  إلى  $0$  ، نقول أنه خضع إلى رتبة نازلة للتوتر.



تتميز رتبة نازلة للتوتر بما يلي :

$$u = E \iff t \leq 0$$

$$u = 0 \iff t > 0$$



بتطبيق قانون إضافية لتوترات :

$$u = 0 \text{ لدينا من جهة}$$

$$u = u_R + u_C \text{ ومن جهة أخرى}$$

$$u_R + u_C = 0 \text{ إذن}$$

$$Ri + u_C = 0 \text{ أي}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ ولدينا}$$

إذن العلاقة السابقة تصبح:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

بما أن :  $\tau = R.C$  العلاقة تصبح :  $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$  المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مرطبي المكثف خلال التفريغ.

(ب) حل المعادلة التفاضلية:

$$\text{حل المعادلة التفاضلية: } \tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \text{ يكتب كما يلي : (1) } u_C(t) = Ae^{-m.t} + B$$

التوابث  $A$  ،  $m$  و  $B$  يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

$$\text{إذن: } \frac{du_C}{dt} = -mAe^{-mt} \text{ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: } -\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = 0$$

$$\text{أي: } Ae^{-mt}(1-\tau m) + B = 0 \text{ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل } e^{-mt} \text{ منعدما أي } 1 - \tau.m = 0$$

$$\text{إذن: } m = \frac{1}{\tau} \text{ وبذلك (2) تصبح } B = 0$$

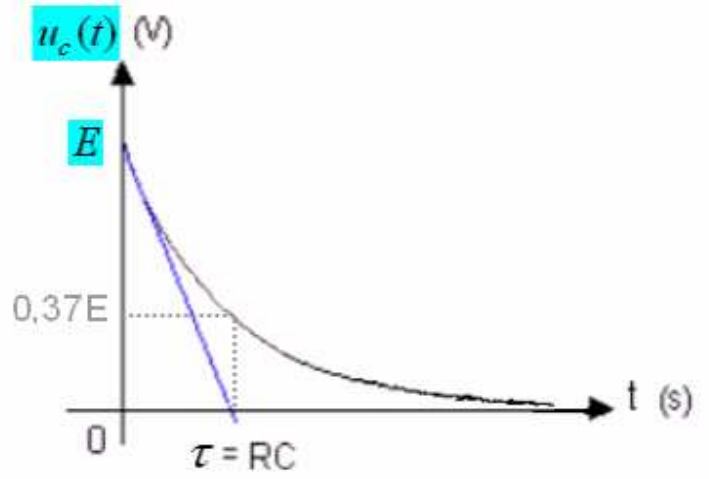
$$\text{والحل (1) أصبح كما يلي: (3) } u_C(t) = Ae^{\frac{t}{\tau}}$$

لتحديد التابثة  $A$  نعتبر الشروط البدئية وهي : عند اللحظة  $t = 0$  لدينا  $u_C = E$  وبالتعويض في (3) نحصل على:  $E = Ae^0$

$$\text{أي: } A = E \text{ وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي: } u_C(t) = E.e^{\frac{t}{\tau}} \text{ مع: } \tau = R.C$$

هذا المنحنى يمثل الدالة :

$$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$



لتحديد قيمة  $\tau$  نستخدم طريقة المماس عند  $t = 0$  أو قيمة التوتر عند اللحظة  $t = \tau$  الذي يأخذ القيمة  $\tau = 0,37E$ .

كلما كانت  $\tau$  صغيرة كلما كانت مدة التفريغ أسرع .

لدينا من خلال دائرة التفريغ السابقة :  $u_R + u_c = 0$  إذن :  $u_R = -u_c$  مع  $u_R = R.i$

$$i = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{أي:} \quad R.i = -E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{ومنه :}$$

أو بطريقة أخرى:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{d\left[E e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}{dt} = C \cdot \left[-\frac{E}{\tau}\right] e^{-\frac{t}{\tau}} = -C \frac{E}{R.C} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

#### IV الطاقة المخزونة في المكثف:

الطاقة المخزونة في مكثف سعته  $C$  والتوتر بين مرطبيه  $u_c$  تعطى العلاقة التالية:

$$\xi = \frac{1}{2} C.u_c^2$$

الطاقة  $\xi$  بالجول:  $J$ .

السعة  $C$  بالفاراد  $F$ .

التوتر بالفولط  $V$ .

من خلال علاقة تعريف سعة المكثف هناك علاقتين تمكنان كذلك من تحديد الطاقة المخزونة في المكثف:

$$q = C.u_c \Rightarrow C = \frac{q}{u_c} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2} C.u_c^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{u_c} .u_c^2 = \frac{1}{2} q.u_c$$

$$q = C.u_c \Rightarrow u_c = \frac{q}{C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2} C.u_c^2 = \frac{1}{2} .C \left(\frac{q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$