التمرين إضافي*:**

نعتبر مضلي ولوازمه في سقوط رأسي في الهواء قبل فتح مضلته .

نفترض أن قوة الاحتكاك المائع التي تخضع لها المجموعة { المضلي + المضلة مغلقة } تعبيرها كالتالي $\vec{f}=-\lambda\vec{v}$

بحيث أن $\vec{v}$ سرعة المجموعة خلال السقوط و $\lambda=14SI$ ثابتة .

عند اللحظة t_0 يفتح المضلي مضلته . باعتبار أن فتح المضلة يكون لحظيا وأن المضلي يصل السرعة الحدية للسقوط قبل فتح المضلة . نفترض أن قوة الاحتكاك المائع التي تخضع لها المجموعة في هذه الحالة هي : $-\mu\vec{v}$ حيث $\mu=350SI$,

1 ـ حدد وحدتي λ و μ في النظام العالمي للوحدات .

2 ـ ما هي السرعة الحدية v_0 لسقوط المضلي قبل فتح مضلته ؟

3 ـ ماهي السرعة الحدية الجديد v_1 للسقوط عندما يفتح المضلي مضلته ؟

4 ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المجموعة أكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها $u(t)=v(t)-v_1$.

5 ـ أوجد حل هذه المعادلة التفاضلية واستنتج منحنى $v(t)$ بدلالة الزمن بالنسبة ل $t>t_0$

نعطي : كتلة المجموعة { المضلي + المضلة مغلقة } : $m=70kg$ شدة وجال التقالة : $g=10m/s^2$

الحل :

1 ـ باستعمال معادلة الأبعاد بحيث أن القوة f وحدتها في النظام العالمي للوحدات $kg.m/s^2$ والسرعة v وحدتها m/s

وبالتالي فإن وحدة λ و μ هي $\boxed{[\lambda]=[\mu]=kg/s}$

2 ـ عند وصول المضلي إلى سرعته الحدية في كلتا الحالتين : $\lambda v_0=mg$ أي أن $\boxed{v_0=\dfrac{mg}{\lambda}}$ أي أن $v_0=50m/s=180km/h$

3 ـ $\mu v_1=mg$ أي أن $\boxed{v_1=\dfrac{mg}{\mu}}$ أي أن $v_1=2m/s=7,20km/h$

4 ـ نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا

تخضع المجموع إلى القوى التالية : وزن المجموعة $\vec{P}$ وقوة الاحتكاك الهواء $f=\mu v$ ونهمل قوة دافعة ارخميدس

باختيار محور Oz موجه نحو الأسفل بحيث نسقط عليه العلاقة المتجهية : $\vec{P}+\vec{f}=m\vec{a}_G$ $mg-\mu v=ma_G$ وبالتالي فإن

$\dfrac{dv}{dt}=g-\dfrac{\mu}{m}v$ ونعلم أن $g=\dfrac{\mu v_1}{m}$ أي أن $\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{\mu v_1}{m}-\dfrac{\mu}{m}v$ ، نضع $u=v(t)-v_1$ أي أن $\dfrac{du}{dt}=\dfrac{dv}{dt}$ أي أن $\boxed{\dfrac{du}{dt}+\dfrac{\mu u}{m}=0}$

5 ـ حل المعادلة التفاضلية هو : $u(t)=u_0\exp\left(-\dfrac{\mu}{m}t\right)$ وحسب الشروط البدئية عند $t=0$ لدينا $u(0)=v(0)-v_1=v_0-v_1$

وبالتالي يصبح الحل : $u(t)=v(t)-v_1=(v_0-v_1)\exp\left(-\dfrac{\mu}{m}t\right)$ أي أن $\boxed{v(t)=(v_0-v_1)\exp\left(-\dfrac{\mu}{m}t\right)+v_1}$