تصحيح تمارين توازن جسم خاضع لقوتين

تمرين 1

1 ـ حساب الطول الأصلي للنابض R

بما أن الجسم في حالة توازن وخاضع لقوتين $\vec{T}$ و $\vec{P}$. نطبق شرطي التوازن

$$\vec{P}+\vec{T}=\vec{0} \Leftrightarrow P=T$$

في الحالة الأولى : $m_1 g = K(\ell_1 - \ell_0)$ (1)

في الحالة الثانية : $m_2 g = K(\ell_2 - \ell_0)$ (2)

(1)/(2)$\leftrightarrow$ $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{\ell_1-\ell_0}{\ell_2-\ell_0}$ $\leftrightarrow$ $\ell_0=\dfrac{m_2\ell_1-m_1\ell_2}{m_2-m_1}$

تطبيق عددي : $\ell_0 = 8cm$

2 ـ القوى المطبقة على الجسم S هي : $\vec{T}$ و $\vec{P}$.

3 ألقوى المطبقة على النابض **R** هي : $\vec{F}_1$ القوة المطبقة من طرف الجسم S على النابض . و $\vec{F}_2$ القوة المطبقة من طرف الحامل على النابض .

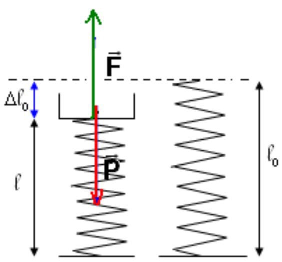
تمرين 2

1 ـ القوى المطبقة على الكفة :$\vec{P}$ و $\vec{F}$

2 ـ حساب شدة توتر النابض

بما ان الكفة في حالة توازن فإن $\vec{P}+\vec{F}=\vec{0}$ أي أن P=F=m.g

تطبيق عددي F=1N



ونستنتج القيمة التي انضغط بها النابض وهي $F=K|\Delta\ell_0|$ أي أن $|\Delta\ell_0|=\dfrac{F}{K}$

تطبيق عددي $|\Delta\ell_0| = 5cm$

3 ـ الطول الأصلي ℓ_0

نعلم أن $|\Delta\ell_0|=|\ell-\ell_0|$ يعني أن $\ell_0=\ell+\Delta\ell_0$

تطبيق عددي $\ell_0 = 25cm$

4 ـ نختار السلم $1cm \leftrightarrow 0{,}5N$

تمرين 4

1 ـ جرد القوى المطبقة على الحلقة

$\vec{F}_1$ توتر النابض R_1

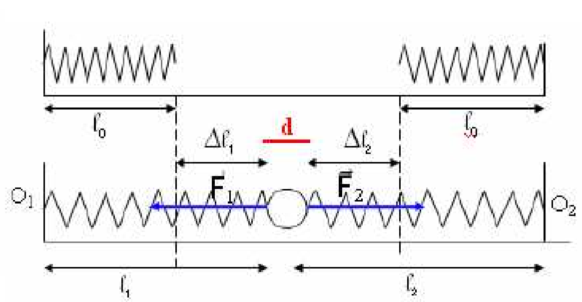
$\vec{F}_2$ توتر النابض R_2

وزن الجسم مهمل لكون أن كتلة الحلقة مهملة .

2 ـ العلاقة بين $\Delta\ell_1$ و $\Delta\ell_2$

عند التوازن الطول النهائي لكل من R_1 و R_2 هو على التوالي $\ell_1=\ell_0+\Delta\ell_1$ و

$\ell_2=\ell_0+\Delta\ell_2$ وبما أن $O_1O_2=\ell_1+\ell_2+d$ فإن



$O_1O_2 = 2\ell_0+\Delta\ell_1+\Delta\ell_2+d$.

تطبيق عددي $\Delta\ell_1+\Delta\ell_2 = 9cm = 0{,}09m$ (1)

بالنسبة للصلابة فكذلك عند التوازن حسب شرطي التوازن فإن

$$F_1=F_2 \Leftrightarrow K_1\Delta\ell_1 = K_2\Delta\ell_2$$

تطبيق عددي $\dfrac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2}=\dfrac{K_2}{K_1}=1{,}25$ (2)

من (2) نستنتج أن $\Delta\ell_1 = 1{,}25\Delta\ell_2$ و في (1)

$$2{,}25\Delta\ell_2 = 0{,}09 \Leftrightarrow \Delta\ell_2 = 0{,}04m$$

ومنه $\Delta\ell_1 = 0{,}05m$

تمرين 5

1 ـ حساب حجم الكرة
عند غمر الكرة كليا في الماء ينزاح الماء بالحجم V وهو يساوي حجم الكرة
ونعلم أن الكرة في الماء من بين القوى المطبقة عليها دافعة أرخميدس شدتها حسب المعطيات هي $F=P_2-P_1=1,4N$
ونعلم أن وزن الماء المزاح هو يساوي شدة دافعة أرخميدس :

$F=\rho g V \Leftrightarrow V=\dfrac{F}{\rho g}$ تطبيق عددي : $V=140cm^3$

2 ـ إذا كانت الكرة مملوءة سيكون ستكون شدة وزنها

$$P=\rho_{laiton}.V=9.10^4.1,4.10^{-4}\,N=12,6\,N$$

يلاحظ أنها أكبر من 10N وزنها الحقيقي إذن فالكرة مجوفة ونستنتج حجم الصفر من خلال شدة الوزن بالعلاقة التالية :

$$v=\frac{P_1}{\rho_{laiton}.g}=1,11.10^{-4}\,m^3=111cm^3$$

حجم جوف الكرة هو $V-v=29cm^3$

تمرين 6

1 ـ حساب شدة دافعة أرخميدس المسلطة من طرف الماء على الإناء : حسب شرطي التوازن $P=F=m.g=1N$

2 ـ نستنتج الحجم V المغمور من الإناء في الماء $F=\rho_{eau}.g.V \Leftrightarrow V=\dfrac{m.g}{\rho_0.g}=\dfrac{m}{\rho_0}$

تطبيق عددي $V=100cm^3$

4 ـ عند احتواء الإناء على السائل ذي الحجم v و الكتلة الحجمية ρ وهو في حالة توازن تحت تأثير قوتين دافعة أرخميدس $\vec{F}'$ ووزن الإناء $\vec{P}=\vec{P}_0+\vec{P}'$ وحسب شرطي التوازن عندنا

$$F'=mg+\rho g v$$

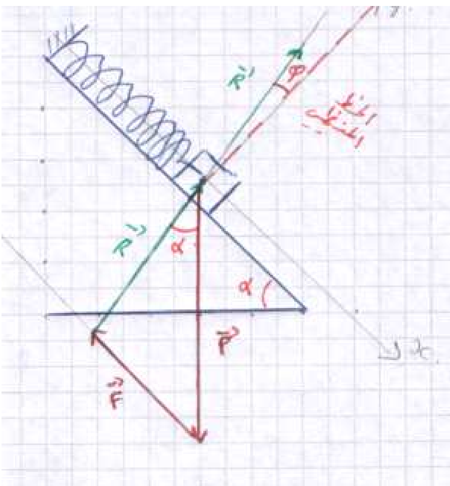
$$\rho=\frac{F'-m.g}{v.g}\,1,6\,g/cm^3$$

تمرين 7

1 ـ جرد القوى المطبقة على S
$\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$.
2 ـ نستعمل الطريقة المبيانية
ـ نحدد مميزات القوى

المميزات / القوى	$\vec{P}$	$\vec{F}$	$\vec{R}$
الأصل	G	A	
الاتجاه	الخط الرأسي	المحور x′x	
المنحى	نحو مركز الأرض	من x نحو x′	
الشدة	P=m.g=5N	F=3N	

نختار كسلم لتمثيل القوى $1N \leftrightarrow 1cm$
بما أن الجسم في حالة توازن نطبق شرطي التوازن :
الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=\vec{0}$
وخطوط التأثير مستوائية ومتلاقية
من خلال التمثيل المبياني نستنتج أن $R\approx 3,6\,N$



3 ـ وبما أن $\vec{R}$ غير عمودية على المستوى المائل ، إذن هناك احتكاكات بين السطح المائل والجسم S .
4 ـ الطريقة المبيانية
نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x′Gx و y′Gy
فنحصل على المعادلتين التاليتين :

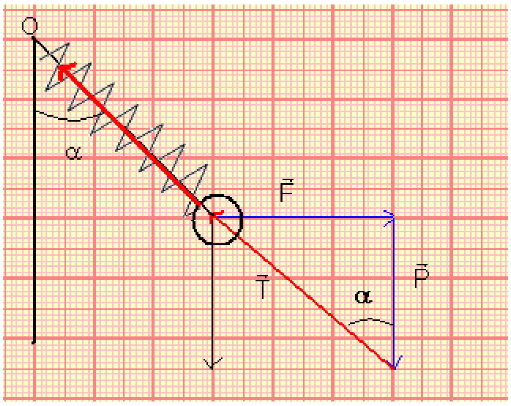
$$P\sin\alpha - F - R\sin\varphi_0 = 0$$

$$-P\cos\alpha + R\cos\varphi_0 = 0$$

من المعادلتين نستنتج أن

$$R\sin\varphi_0 = -F + P\sin\alpha$$
$$R\cos\varphi_0 = P\cos\alpha \quad \Leftrightarrow \tan\varphi_0 = \frac{-F + P\sin\alpha}{P\cos\alpha}$$

تطبيق عددي $\tan\varphi_0 = 0{,}15$ إذن $\varphi_0 = 8{,}53°$



تمرين 8

1 ـ جرد القوى المطبقة على الكرة :

$\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$

الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى نطبق شرطي التوازن $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$
وخطوط التأثير متلاقية ومستوائية
فحسب الخط المضلعي وهو عبارة عن مثلث قائم الزاوية
نطبق علاقة فيتاغورس $T = \sqrt{F^2 + P^2}$ تطبيق عددي :

$T = 7{,}81N$

2 ـ الطول الأصلي للنابض :

$$T = K\Delta\ell = K(\ell - \ell_0)$$

نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النابض $T = K\ell - K\ell_0 \Rightarrow K\ell_0 = K\ell - T$

$$\ell_0 = \ell - \frac{T}{K}$$

تطبيق عددي : K=100N/m إذن $\ell_0 = 0{,}15 - 0{,}078 = 0{,}072m$ **<u>(هناك خطأ في المعطيات نأخذ K=100N/m عوض K=50N/m)</u>**

3 ـ حساب الزاوية α
نحسب tanα

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} = 1{,}2$$
$$\alpha = 50{,}2°$$

تمرين 9

1 ـ جرد القوى المطبقة على S

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$

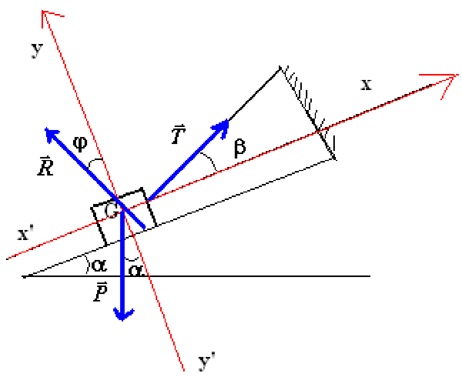
2 ـ استعمال الطريقة التحليلية : نختار معلم متعامد وممنظم مرتبط بمركز الجسم S
ونسقط فيه العلاقة المتجهية $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ ملاحظة بما أن هناك احتكاكات فإن R⃗ غير عمودية على السطح وتكون زاوية φ مع الخط المنظمي .
على x'Gx :

$$-P\sin\alpha + T\cos\beta - R\sin\varphi = 0$$

على y'Gy

$$-P\cos\alpha + T\sin\beta + R\cos\varphi = 0$$

من العلاقتين نستنتج أن



$$k = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{P\sin\alpha - T\cos\beta}{P\cos\alpha - T\sin\beta}$$
$$k(P\cos\alpha - T\sin\beta) = P\sin\alpha - T\cos\beta$$
$$T(\cos\beta - k\sin\beta) = P\sin\alpha - kP\cos\alpha$$
$$T = P\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta}$$

نستنتج تعبير شدة القوة R⃗
نعلم أن $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ بحيث أن

$$R_x = R\sin\alpha = -P\sin\alpha + T\cos\beta$$

و $R_y = R\cos\varphi = P\cos\alpha - T\sin\beta$

نعوض T في المعادلتين فنحصل على :

$$R_y = P\left[\cos\alpha - \sin\beta\,\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta}\right] \quad و \quad R_x = P\left[\cos\beta\,\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta} - \sin\alpha\right]$$

إذن

$$R = P\sqrt{\left[\cos\beta\,\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta} - \sin\alpha\right]^2 + \left[\cos\alpha - \sin\beta\,\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{k\sin\beta - \cos\beta}\right]^2}$$

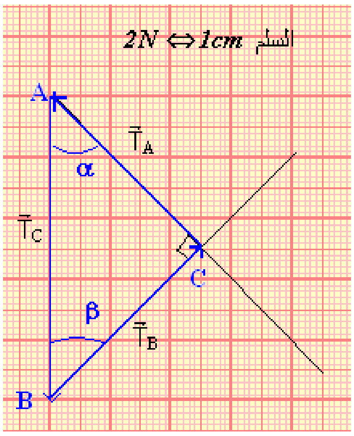
3 ـ حساب R و T في الحالات التالية :

$\beta = 0°$ عندنا $\cos\beta = 1$ و $\sin\beta = 0$

ولدينا $\alpha = 30°$ أي أن $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ و k=0,5 (يصحح هذا الخطأ في المعطيات
(

$R = 3N$ و $T = 0,2N$

$\beta = \alpha = 30°$ بنفس العمليات الحسابية نحسب T و R



تمرين 10

1 ـ باستعمال الطريقة المبيانية نحسب شدة التوترات T_A و T_B و T_C .

جرد القوى المطبقة في النقطة O

الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}_C$ حسب شرطي التوازن $T_C = P = m.g = 10N$

بما أن النقطة O في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية فإن :

$\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C = \vec{0}$ أي أن الخط المضلعي لهذه القوى مغلق .

وحسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C

$$T_C = T_A\sqrt{2} \Rightarrow T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 7N$$

كذلك $T_B = 7N$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x′Ox و y′Oy

على x′Ox :

$$-T_A\cos\beta + T_B\cos\alpha = 0$$

على y′Oy

$$T_A\sin\beta + T_B\sin\alpha - T_C = 0$$

بما أن $\alpha = \beta = 45°$ فإن $\cos\alpha = \cos\beta$ و $\sin\alpha = \sin\beta$

أي حسب العلاقة (1) $T_A = T_B$

وحسب العلاقة (2)

$$T_A\sqrt{2} = T_C \Rightarrow T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 7N = T_B$$